# Et projekt bliver til

Projektleder Mette Zaar Gregersen

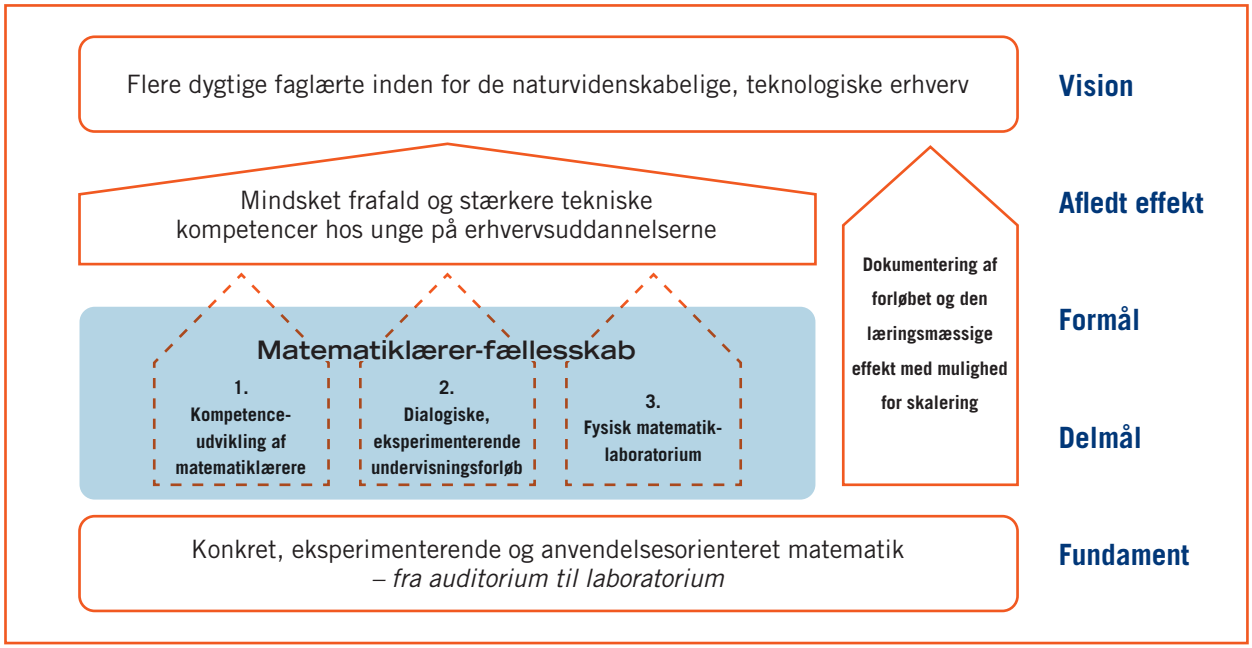
## Baggrund for ansøgning

Matematikundervisning på erhvervsuddannelsen kan for mange elever være en udfordring for det videre forløb og kan være medvirkende årsag til frafald, typisk hos de elever, der har den laveste karakter med fra grundskolen i dansk og matematik. Vi ved fra svenske undersøgelser (Engstrøm m.fl., 2003), at de 15% svagest præsterende elever til afgangsprøverne i 9. klasse har et niveau, som svarer til middelgode elever på 4. klassetrin. Det giver vanskeligheder, når man skal anvende viden og færdigheder i erhvervsfaglig sammenhæng. Mange af disse elever kommer desuden ofte med et stærkt demotiveret forhold til faget og ganske lavt fagligt selvværd som bl.a. resultater fra Norge viser (Røsseland, 2011). I en undersøgelse fra 2018 på Roskilde Tekniske Skole (RTS) med 200 elever i matematik (se emu.dk/eud/matematik/didaktik-i-faget) er godtgjort, at en markant del af eleverne har vanskeligt ved basale matematiske begreber og i interviews markerer demotiverede og negative holdninger over for faget. Dette projekt bygger således videre på erfaringerne fra RTS som Professionshøjskolen Absalon (PA) har stået for i perioden 2018-2019. Her gennemførte matematiklærerne et kompetenceløft mod en bedre undervisning som kunne øge elevernes forståelsesniveau, styrke deres faglige selvværd og øge interessen for grundfaget. Med henblik på en styrket skalering og udbredelse, ønskede vi i dette projekt at validere resultaterne fra RTS ved at overføre kompetenceudviklingsforløbet til matematiklærerne på TECHCOLLEGE (TC), samt yderligere at styrke et konkret, eksperimenterende og anvendelsesorienteret læringssyn i matematik ved, på tværs af de to erhvervsskoler, at udvikle undervisningsforløb, der understøttes af et materialiseret, fysisk og fleksibelt matematiklaboratorium primært rettet mod flere erhvervsuddannelser.

## Formål

Matematiske kompetencer er fundamentet for elevernes erhvervsfaglige og samfundsmæssige kvalificering, og matematik er en essentiel del af grundforløbene på de naturvidenskabelige og teknologiske erhvervsuddannelser. Projektets vision var at bidrage til flere og dygtigere faglærte inden for de naturvidenskabelige og teknologiske erhverv.

Formålet med dette projekt var at videreudvikle et fællesskab for matematiklærere på de tekniske erhvervsuddannelser. Et matematiklærerfællesskab om at forbedre matematikundervisningen mod et mere konkret, eksperimenterende og anvendelsesorienteret indhold, der kan øge dybden af elevernes forståelse af centrale matematiske begreber.




Følgende delmål skulle bidrage til projektets formål:

1. Kompetenceudvikling af matematiklærere med fokus på et konkret, eksperimenterende og anvendelsesorienteret fagsyn, som kan munde ud i bedre læringsmæssige og indholdsmæssige valg
2. Udvikling af dialogisk, eksperimenterende undervisning, der øger elevernes forståelsesniveau og deres oplevelse af matematiske kompetencer som nyttige i udførslen af det valgte erhverv
3. Etablere og organisere en konkretisering og materialisering af matematiske temaer rettet de specifikke erhverv.
4. Dokumentering af forløbet og effekten i forhold til elevernes læring med mulighed for at skalere projektet til andre erhvervsskoler.

## Succeskriterier

- De 25% svagest præsterende eleverne i "laboratorie" forløbet viser en større matematisk begrebsforståelse end de 25% svagest præsterende i det "sædvanlige forløb"
- Der er flere elever i laboratorieforløbet som giver udtryk for en øget motivering og øget fagligt selvværd i matematik
- Der kan observeres flere elever i laboratorie som bedre samtaler om matematik
- Flere elever består overgangskrav til hovedforløb i første forsøg i laboratorieforløbet
- De deltagende lærere giver efter projektet udtryk for en øget positiv holdning over for potentialet i et fagligt fællesskab
- De deltagende lærere oplever at deres fagsyn og læringssyn er blevet udfordret og at det har påvirket deres matematikundervisning til det bedre

## Organisering

Projektet har været styret af en overordnet styregruppe med repræsentanteter fra følgende:

- Projektleder Tech College, Viden og Projekter
- Repræsentant Idefu
- Repræsentant Professionshøjskolen Absalon
- Repræsentant Tech Colleges ledelse i erhvervsuddannelserne
- Kvalitetschef Roskilde Tekniske Skole

For styrket kvalitet og skalerbarhed var Bent Lindhardt, lektor i matematik ved PA og Martin Aggerbeck, Stifter af Idefu og udvikler af STEM-formidling tilknyttet som eksterne konsulenter og var skolernes tætte samarbejdspartnere som nøglepersoner i projektet. Bent Lindhardt havde mangeårig erfaring med udvikling af matematikundervisning og var tilknyttet det Nationale center for udvikling af matematikundervisning som ekspertperson. Martin Aggerbeck havde stor erfaring med facilitering af designprocesser særligt omkring naturvidenskabelig formidling og kreativitet. Bent Lindhardt fungerede som ekstern konsulent på kompetenceudviklingsforløbet samt dokumenteringen og evalueringen af projektets resultater, mens Martin Aggerbeck fungerede som ekstern konsulent på processerne om specificering og design af en materialisering af matematikundervisningen.

Desuden har en matematiklærere/faglærergruppe på hhv. Tech College (13 stk) og Roskilde tekniske Skole (4 stk) været deltagere i projektet. Lærernes rolle har været at deltage i kompetenceudviklingsforløbet (Tech College), arbejde med udviklingen af artefakter, samt afprøvning og implementeringen heraf. Desuden har de deltaget i dokumentationen af projektets resultater i videoer, podcasts, konferencer mv.

## Økonomi

Projektets bevilling var berammet til et treårigt forløb med et budget på ca. 5 mio.

# Kompetence-udviklings-fasen

Lektor Bent Lindhardt og lektor Ole Freil

*Det har været godt at starte med at få et overblik over hvilke udfordringer eleverne har så det handler ikke kun om et enkelt (erhvervs) fag – der er meget der går igen.*

MATEMATIKLÆRER PÅ TECH COLLEGE

Kompetenceforløbet var det indledende kursusforløb forbeholdt matematiklærerne fra flere erhvervsfaglige afdelinger i perioden efterår 2021 og forår 2022. Sammenlagt deltog 13 matematiklærere. Kompetenceforløbet bestod af 5 heldagsmøder understøttet af 2 matematikdidaktikere fra Professionshøjskolen Absalon.

Heldagsmøderne var opbygget som en kombination af inspirerende ideer fra facilitatorerne, teori og praksis om matematikdidaktiske problemstillinger i relation til projektet samt planlægning af tiltag i undervisningen mellem heldagsmøderne.

Der indgik følgende fagdidaktiske temaer:

- om de matematiske kompetencer med særlig vægt på matematisk modellering.
- om åbne kontra lukkede opgaver.
- om mulighederne for at øge samarbejdet mellem eleverne herunder øge den faglig samtale og dialog.
- om mulighederne for at øge det erhvervsfaglige islæt i undervisningen.
- om at anvende artefakter i undervisningen.
- om elever, som har det svært med matematik og som ofte er demotiverede.
- om elevernes faglige misopfattelser inden for tal, algebra og måling.
- om brug af modeller fra virkelighed ind i matematikkens verden.
- om forståelse og færdigheder.
- om undersøgende matematikundervisning.

Kompetenceforløbet skulle skabe en fælles forståelse af projektets ide og den fagdidaktiske baggrundsviden. Det skulle også danne rammerne for en fælles erfaringsudveksling og øget kendskab til de enkeltes deltageres undervisning. Kompetenceforløbet blev samtidig designet som en mulig begyndelse på et fagteamsamarbejde. Ved at samle lærerne om fælles drøftelser og refleksioner blev der lagt vægt på at skabe en åben og inkluderende kultur, hvor erfaringer og gode praksisser kunne deles

## Samlet refleksion

Det var nyt for lærerne at indgå i matematikfaglige fællesskaber på tværs af mange erhvervsfag. Man havde på forhånd et vist kendskab til hinanden, men ikke nogen praksis om at mødes om matematikdidaktiske spørgsmål. Der var således en indledende skepsis hos nogle af de deltagende lærere om det mulige i et fælles kursusforløb med så mange forskellige erhvervsfag involveret, og om indholdet ville være tilstrækkeligt relevant. Det havde dog ved afslutningen af forløbet udviklet sig til en fælles accept i sammen at udvikle egen undervisning og en generel positiv holdning til at se, opleve og afprøve nye muligheder for en mere eksperimenterende og dialogisk undervisning. Lærerne oplevede en god kontakt mellem teori og praksis og anvender i dag flere af de tanker og ideer, som kom frem under forløbet. Der var flere lærere, der havde gået meget alene med deres overvejelser om matematikundervisningen, som her fik nyt liv og nogen at vende deres tanker med.

# Designfasen – om udvikling af aktiviteter og artefakter

Konsulent Martin Aggerbeck og Konsulent Ida Toldbod

*Jeg har mere hjerne til kreative ting. Ikke så meget til abstrakte ting. Fra 1-5 klasse kunne jeg godt lide matematik. Så fik vi en lærer, der råbte ad os elever, og jeg blev bange for matematikken. Jeg skammede mig, når jeg ikke kunne finde ud af det. Men metoden på RTS var lige så god som metoden i 1-5 klasse. Så her blev jeg mere glad for matematikken igen.*

ELEV PÅ ROSKILDE TEKNISKE SKOLE, DECEMBER 2023.

I The Curve er der udviklet 26 aktiviteter, hvor cirka halvdelen har købte eller specialudviklede artefakter tilknyttet. Processen blev gennemført af Martin Aggerbeck fra Idefu, der også havde det overordnede ansvar for udvikling og produktion af aktiviteter og artefakter, Karl-Otto Markussen fra Professionshøjskolen Absalon, Ida Toldbod fra Poco Piu samt grafisk designer Helle Madsen og industriel designer Mikael Thorsted.

## Forløb

Selve udviklingen er som udgangspunkt foregået over 4 workshops med 6 matematiklærere fra TECHCOLLEGE og 2 matematiklærer, 2 tømrerlærere samt 2 snedkerlærere fra Roskilde Tekniske Skole. På de enkelte workshops gav facilitatorerne faglige inputs og inspirationsøvelser samtidig med, at lærerne blev understøttet i selv at udvikle konkrete aktiviteter. Mellem de 4 workshops blev lærerne opfordret til at lave små test i undervisningen, hvor ideer til brug af artefakter og/eller mere undersøgende tilgange blev afprøvet i deres undervisning. Disse test blev kaldt mikroafprøvninger for at understrege, at det ikke behøvede være perfekt første gang, men at man kunne bruge små test/prototyper til hele tiden at udvikle og lære mere.

## Co-design giver ejerskab

Det var vigtigt for projektet, at ejerskabet levede videre hos de deltagende lærere efter projektets slutning. Derfor fokuserede facilitatorerne på at køre et codesign-forløb, hvor lærerne blev inddraget mest muligt i udviklingen af aktiviteterne og artefakterne. På den måde udvekslede facilitatorer og lærere hele tiden ideer og tanker, som kunne udvikles videre. Projektet kunne have valgt at udvikle aktiviteterne i en lukket designgruppe, men med codesign-processer sikredes både et ejerskab til projektet og dets resultater samtidig med, at lærerne rent faktisk ville bruge aktiviteterne efterfølgende.

## Aktiviteter der kobler værksteds- og matematik-undervisning

På Roskilde Tekniske Skole havde lærerne et specifikt ønske om at koble matematik og værkstedsundervisning. For at hjælpe det på vej, blev der først skabt et overblik over relevante byggetemaer, som værkstederne kører parallelt med, at eleverne har matematik. Her kom emner som jagttårn, bordebænkesæt, shelter mm. på bordet, og herefter skabte værksteds- og matematiklærere et fælles overblik over, hvor og hvordan matematiktemaerne og værkstedsundervisningen kunne kobles mere direkte. Det resulterede i flere konkrete aktiviteter om 1-på-2 beklædning, svalehaler og vinkler på byggepladsen med dertil hørende artefakter og plancher.

## Mangel på tid til lærerne

Desværre viste det sig, at lærerne i projektet, havde svært ved at frigøre tid til at udvikle og afprøve ideer og aktiviteter i undervisningen. Derfor var der ikke helt så mange færdige aktiviteter ved slutningen af den fjerde workshop som håbet. Heldigvis kunne facilitatorteamet selv videreudvikle på mere løse og uafprøvede ideer, hvor det stadig blev sikret at lærerne også kunne se deres tanker og inputs afspejlet i de endelige aktiviteter og artefakter.

## Aktiviteter, artefakter og plancer

På www.thecurve.nu/aktiviteter er det muligt at downloade de udviklede aktiviteter og plancher. Hvor de enkelte artefakter kan købes eller produceres, kan også findes under de enkelte aktiviteter.

# Implementerings- og afprøvningsfasen

Lektor Bent Lindhardt og lektor Karl Otto Markussen

*Godt at løfte sig op over sin egen praksis – og overveje, hvorfor er det, vi gør, det vi gør.*

MATEMATIKLÆRER PÅ TECH COLLEGE

Implementerings- og afprøvningsfasen var planlagt gennemført over en undervisningsperiode på ca. et halvt år, som dog blev forlænget med yderligere et halvt år. Med baggrund i kompetenceudviklingsfasen og designfasen afprøvede en gruppe af de involverede matematiklærere en mere eksperimenterende dialogisk undervisning understøttet bl.a. af de fysiske artefakter.

På TECHCOLLEGE drejede det sig om 6 matematiklærere som repræsenterede følgende fagområder VVS, elektriker, automatik, teknisk tegner, tømrer, murer, mediegrafiker og automekaniker. Lærerne var koblet to og to i planlægning med mulighed for at besøge hinandens undervisning.
I Roskilde Tekniske Skole var der tale om to x to makkerpar med en værkstedslærer og en matematiklærer, som var fælles om planlægningen og med deltagelse i hinandens undervisning.

## Implementeringsforløbet på TECHCOLLEGE

Implementeringsforløbet var planlagt gennemført i efteråret 2023, men blev forlænget ind foråret 2024, grundet diverse strukturelle komplikationer omkring allokering og løbende ændringer af lærernes opgaver herunder en sygemelding fra en af de deltagende lærere. Den forlængede periode gjorde det muligt at indhente mere tid til afprøvning af diverse undervisningssekvenser samt tid til observation af undervisningen.

Forløbet i efteråret 2023 bestod af

- 4 heldagsmøder med de fem deltagende matematiklærere og to facilitatorer fra Professionshøjskolen Absalon.
- Afprøvning af forskellige undervisningssekvenser aftalt og planlagt på heldagsmøderne. I afprøvningen var der indlagt yderligere planlægningstid samt mulig individuel vejledning af de to facilitatorer fra Professionshøjskolen Absalon. Planlægningen foregik i makkerpar. Derudover var der indlagt tid til, at makkerparrene kunne komme på besøg i hinandens undervisning.

Forløbet foråret 2024 bestod af

- 3 heldagsmøder som i efteråret 2023.
- Fortsat planlægning og afprøvning af undervisningssekvenser.
- 3 observationsdage med deltagelse af Professionshøjskolens facilitatorer.
- En opsamlende afslutningsdag for alle deltagere projektet.

Rammerne for et heldagsmøde var følgende:

- Præsentation af dagens program.
- Et par matematiske godmorgen-aktiviteter
- Referater fra og evaluering af de gennemførte undervisningssekvenser med efterfølgende kritisk diskussion.
- Fagdidaktisk og matematikfaglig inspiration fra facilitatorer knyttet til den semesterplan, der var lagt fra lærernes side om de kommende tiltag i undervisningen. Det kunne omhandle ideer til arbejdet med et matematisk stofområde, metodiske og organisatoriske tiltag, brugen af udvalgte artefakter, om dokumentationsopgaven, åbne opgaver, motiverende aktiviteter osv.
- Planlægning i makkerparrene med vejledning af facilitatorerne.
- Fælles præsentation og diskussion af makkerparrenes planer for kommende undervisningssekvenser.
- Opsamling på dagen og aftaler.

De efterfølgende lærer - og elevkommentarer illustrerer de gennemgående holdninger til forløbet, De er inddelt i henholdsvis udsagn fra de 5 matematiklærere fra TECHCOLLEGE og efterfølgende nogle elevudsagn.

**Lærerudsagn**

- Gode og inspirerende (om heldagsmøderne) – jeg er blevet mere eksperimenterende i min undervisning og mindre tilbøjelig til at søge resultater og har nu mere fokus på metode.
- Jeg har fået øje på, at det er mere vigtigt, at eleverne kommer til at arbejde sammen og snakke mere sammen. Være mere opmærksom på, at de skal ud og prøve at bruge helt basale og lavpraktiske værktøjer som målebånd og almindelig tommestok. Ryste eleverne sammen.
- Det har været godt at bytte om på praksis og teori – at starte med praksis og lade dem finde nogle sammenhænge. Har tidligere startet med “sådan løser vi ligninger” – nu mere virkelighedsnær tilgang.

**Elevudsagn**

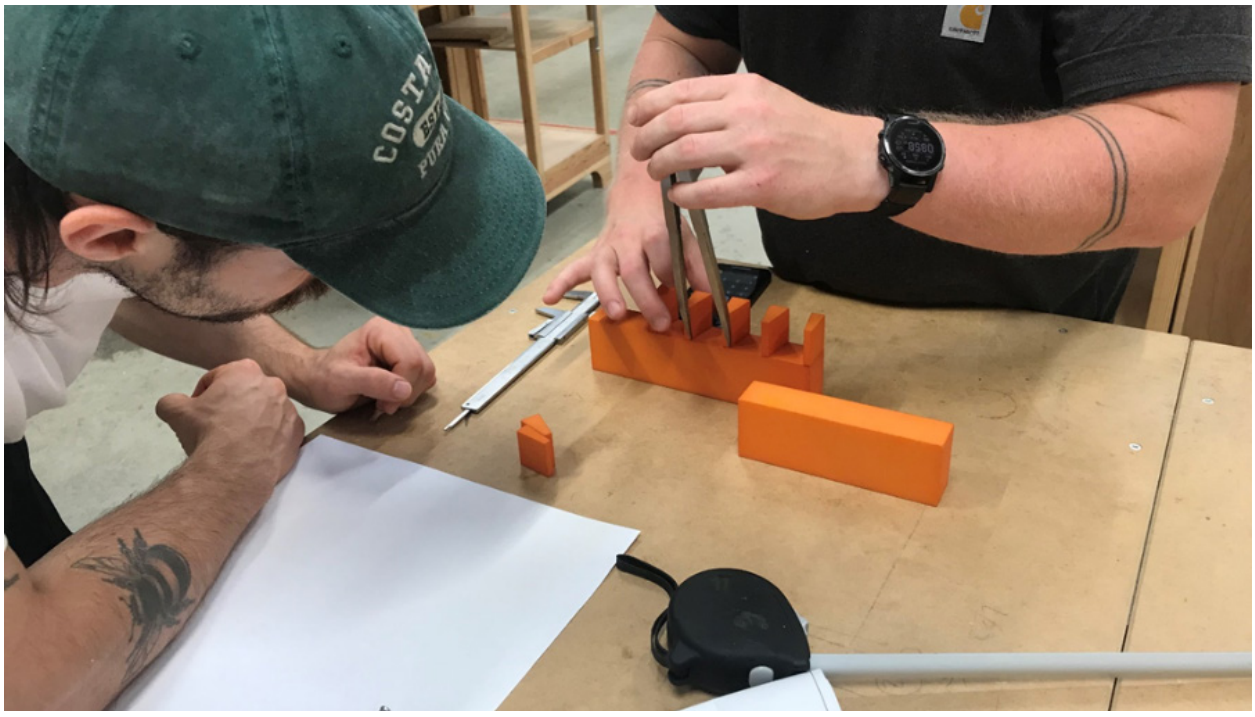
- … det giver mening lige pludselig. Lige pludselig så kan man se det.
- …. men nu er faktisk den der forståelse okay.
- Ja og så snakkede vi også godt sammen i klassen - det hjælper. Så jeg synes egentlig vi oplever også mange gode matematiktimer. Det er i hvert fald bedr, end det plejer.

- Det er dejligt, at han (læreren) kan komme med eksempler på, hvordan der kan være flere indgangsvinkler til at løse en opgave.
- Ja altså man føler pludselig, at de (lærerne)også forstår det de lærer os.
- Vores (matematik) lærer har lavet meget sådan, at det er meget det samme, som vi laver nede i værksted, … nu arbejder vi meget med tommer og rør … Det er også det vi bruger, når vi afleverer.

## Samlet refleksion

Lærerne tilkendegav en øget involvering, et større engagement og et øget ejerskab til de aktiviteter og opgaver, der indgik i undervisningen. De oplevede bedre mulighed for at differentiere i en meget bred elevgruppe i alder, erfaring, viden, niveau og motivation. Samme åbne opgave gav mulighed for fordybelse i stedet for at skulle lave lukkede opgaver i mange sværhedsgrader. Oplevelse af at traditionelt "svært" stof blev bedre forstået. Der var eksempler på, at svagt præsterende elever skulle hjælpes og motiveres ekstra for at ville forsøge og eksperimentere sig til løsninger. Det var ikke altid lige nemt at få den åbne opgave til at relatere sig til det erhvervsfaglige, idet der ofte forventes øvelser på en særlig færdighed og opnåelsen af en specifik viden. Der var elever, som gerne ville have et bestemt facit til trods for, at der kunne være flere løsninger fx på en matematisk modelleringsopgave.

Elevernes gensidige faglige samtaler blev øget gennem det planlagte samarbejde i to- og tre-grupper. Det gav eksempler på elever, som tidligere havde været mere passive, nu deltog mere aktivitet, og gav udtryk for en øget tryghed. Lærerne tilkendegav også et øget kendskab til eleverne, idet der opstod mere tid til samtaler. Diversiteten på holdene- ikke mindst holdningen til undervis-



ningen- var styrende for, hvem der fungerede i samarbejde med hvem. Specielt oplevede man, at nogle af de-tosprogede elever vægrede sig ved de tætte dialoger med lærer og holdets andre elever.

## Implementeringsforløbet på Roskilde Tekniske Skole

Implementeringsforløbet på RTS var planlagt gennemført i efteråret 2023. Der var logistiske udfordringer undervejs. Det lykkedes at fastholde de aftalte datoer, men der måtte justeres i det aftalte indhold.

Forløbet i efteråret 2023 bestod af

- 1 opstartsmøde hvor de færdige artefakter og konkretmaterialer præsenteres, det overordnede indhold for afprøvninger aftales og hvert team planlægger første afprøvning
- 4 hele dage med afprøvning, evaluering og planlægning af ny afprøvning med de fire deltagende lærere og en facilitator fra Professionshøjskolen Absalon. Afprøvningen og planlægningen foregik i faste makkerpar, i hhv et snedkerteam og et tømrerteam, som hver bestod af en faglærer og en matematiklærer. Evalueringen blev foretaget fælles med de to team. I ugen op til en afprøvning er der skemalagt to lektioners fælles forberedelsestid til hvert af de to team

Rammerne for de fire hele dage var følgende:

- Formiddag - i team: De to team afviklede hver den undervisning, de havde planlagt. Facilitatoren observerede de to afprøvninger
- Eftermiddag - fælles: De to team refererer for hinanden fra og evaluerer formiddagens afprøvning med efterfølgende fælles kritisk diskussion og perspektivering
- Eftermiddag - i team: Planlægning af næste afprøvning med vejledning af facilitator
- Fælles præsentation og diskussion af makkerparrenes planer for kommende undervisningssekvenser
- Opsamling på dagen og aftaler

De efterfølgende lærer - og elevkommentarer illustrerer de gennemgående holdninger til forløbet, De er inddelt i henholdsvis udsagn fra de fire lærere fra Roskilde Tekniske Skole og efterfølgende fire elevudsagn.

**Lærerudsagn**

- Det giver et helt andet perspektiv. … det der med en grundfagslærer og en værkstedslærer. Og altså det giver da helt klart noget, det rykker da noget.
- Ja og jeg har også elever i matematikundervisningen, der siger, “Jeg har aldrig forstået det før nu”. Ja, så lige pludselig skal det bruges til noget. Ja og det er jo en fed kommentar at få, synes jeg “gud er det bare det?” Ja!
- Jeg synes …, at Kim og jeg har fået nogle relationer, hvor det bare er ærgerligt, vi ikke er blevet sat sammen igen

- Men jeg tror også en utrolig vigtig faktor er, at dit sprog smitter af på mig og mit sprog smitter af på dig, så når du hører Pythagoras fra 2 sider eller du hører om 1 på 2 beklædning fra to sider, så bliver det lige pludselig "nå … okay. Jeg kan jo godt bruge det her til noget",

**Elevudsagn**

- … det vi lærer. Det bruger vi meget. Vi bruger det ude på værkstedet og det giver mening det vi lærer
- Matematikken er relevant og meningsfuld her på RTS
- Fedt at der var 2 lærere der kunne noget forskelligt. Man lærer mest matematik, når man sidder og snakker med læreren
- Plastikbrædder til 1-på-2-beklædning var meningsfuldt – kunne virkelig se konstruktionen

## Samlet refleksion

Lærerne udtrykte meget positive erfaringer med at koble værksted og matematik. De tilkendegav at der en gang om måneden bør være mulighed for lærerne kan lave dobbelt-lærer-forløb på minimum en dag, hvor der arbejdes med overlap mellemværksted og matematik. Dette vil svare til 4 gange i alt på GF2.

Lærerne, særligt matematiklærerne, udtrykte sig positivt omkring det at de nu har adgang til en masse fysiske artefakter, som kan inddrages i undervisningen. Det er matematiklærernes indtryk, at de når meget længere med eleverne, når værkstedet "er inde over", eleverne har været glade for konkretisering og kobling mellem værkstedet og matematiklokalet.

For lærerne har samarbejdet også haft stor betydning, både kollegialt, men i særdeleshed også fagligt, de giver udtryk for et langt større kendskab til hinanden fag og fagligheder og at dette er et plus for eleverne. Lærerne tilkendegiver, at der tidligere har været en vis berøringsangst og at eleverne har været bange for at blotte sig. Lærerne udtrykker, at der i mødet mellem værkstedsfag og matematikfag kan opstå en sårbarhed for værkstedslæreren ved det at der kan være forskel i forventninger til lærerne. Det er okey, at matematiklæreren ikke kan værkstedsfagligheden, men det er ikke på samme måde okay, at værkstedlæreren melder pas på matematikken.

Der har vist sig rent logistisk ikke at være en let øvelse at at få gjort møderne mellem værksted og matematik muligt. Der kan være forskelligrettede ønsker fra ledelsens side, der kan være regneark, strukturer og manglende adgang til maskiner i værkstedet, der spænder ben.

# Opbygningen af testmaterialet

Lektor Mette S. Christensen

Det var en erklæret målsætning og et centralt fokus for The Curve projektet, at denne indsats også skulle vise sig i elevernes faglighed. Der var således et mål, at hele elevgruppen skulle have en øget faglig forståelse af matematiske problemstillinger. Vi har derfor i forbindelse med projektet testet eleverne med et materiale, som har særlig fokus på diagnostiske opgaver, altså opgaver som er designet til at afsløre begrebsmæssige misopfattelser hos eleverne, eller i den modsatte ende af skalaen - vise elevers begrebsmæssige forståelse.

Vi har testet alle hold i en af de første undervisningsuger for at kortlægge, hvilke matematiske områder, eleverne havde særligt vanskeligt ved og derfor gav mulighed for at undersøge, hvor vi skulle have et særligt fagligt fokus. Testen har været på papir uden brug af hjælpemidler.

## Testens opbygning

Vi har testet med forskellige test for henholdsvis matematik på D, E og F niveau. Testene har indeholdt i omegnen af 45 opgaver, som har været fordelt indholdsmæssigt i overensstemmelse med målene for matematik på de respektive niveauer. Opgaverne har dels været rene matematikopgaver, dels opgaver som på forskellig vis var relevante i forhold til elevernes hverdag. Se testene på bilagene “Diagnostisk test F” “Diagnostisk test E” og “Diagnostisk test D”.

Vi har lagt stor vægt på, at opgaverne afslørede elevernes misopfattelser og manglende viden inden for EUD bekendtgørelsens kernestof i tal og symbolbehandling herunder måling.

Når vi har testet eleverne i deres talforståelse, har vi f.eks. benyttet en opgave som denne:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Sæt ring om det største tal | 4,7 | 4,087 | 4,69 | 4,263 |

Her tester vi, at eleverne har en forståelse af decimalernes betydning. Opgaven er diagnostisk på to forskellige parametre. Dels, fordi der en kendt misopfattelse hvor nogle elever tror, at tallet med den største værdi har det fleste antal cifre. Dels fordi tallet med den højeste værdi typisk udtales som “fire-komma-syv,” mens 4,263 ofte bliver til “fire-komma-tohundredetreogtres” i mange elevers udtale. Resultaterne viser, at over 85 % af eleverne har denne misopfattelse, når de påbegynder deres uddannelser.

Testen indeholder også helt enkle regneopgaver i de fire regningsarter:

Skriv resultatet af opgaverne.

a) 1000 — 579 = _____ b) 8 · 0,5 = _____ c) 15,7 · 100 = _____

d) 156 : 3 = _____ e) 4 : 8 = _____ f) 4 : 0,5 = _____

g) 0,4 : 4 = _____ h) 39,25 : 10 = _____

Opgaverne var konstrueret, så elever med en god talforståelse ikke behøvede at bruge en algoritme for at udføre beregningerne. Der var således lagt op til simpel hovedregning.

Det blev tydeligt i en opgave som denne, at langt de fleste elever kunne svare korrekt på de første 3 opgaver, men så snart de kom til division blev det tilsyneladende svært. Her ser vi kun 50 - 60% af eleverne der svarede korrekt. Og opgaven 4 : 0,5 er det under 50% af eleverne, som besvarede korrekt.

Vi har fra tidligere pilotstudie haft data på, at division er svært for denne grupper af elever. Vi har derfor inkluderet opgaver, hvor divisionsopgaverne er sat ind i en kontekst, for at give eleverne mulighed for at løse opgaverne ved hjælp af deres intuitive forståelse og ræsonnementer.

I en beholder er der 5 liter saft. Det hældes i bægre, så der er 0,5 liter i hvert bæger.

Hvor mange bægre kan fyldes med saft?

I denne opgave svarer mere end 90% af eleverne korrekt.

Vi har i vores test været opmærksomme på at undersøge om eleverne kunne anvende deres matematiske viden i enkle kontekster som knyttede sig til deres erhverv.

En kvadratisk flise har et areal på 400 $cm^2$.

Hvor lang er siden på flisen? _____

Opgaven afsøger elevernes viden om egenskaber ved kvadratet og beregninger fra areal til side ved anvendelse af kvadratrod. En viden, der må formodes at være nødvendig i forhold til arbejde i bygningsfagene. For eleverne på D niveau har 40% besvaret opgaven korrekt.

Firkant A deles op i tre stykker. De sættes sammen, så der kommer en ny figur B.

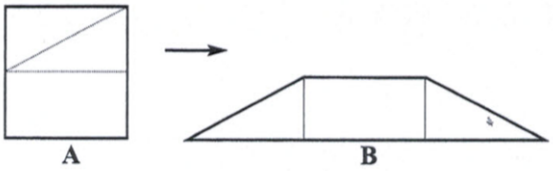
Sæt kryds ved de rigtige udsagn.

a) Arealet af A er større end arealet af B.

b) A og B har et lige stort areal.

c) Arealet af B er større end arealet af A.

d) Man kan ikke sige hvilket areal som er størst.




Igen har målet med opgaven været at få klarlagt elevernes matematiske viden i forhold til areal. Her var opgaven ikke lagt i en håndværksmæssig kontekst, men der var en skitsetegning, som både ville kunne repræsentere en flise, et stykke træ, el. lign. Det er igen ikke nødvendigt at foretage en konkret beregning korrekt for at besvare opgaven. Det centrale var, at eleven forstod, at en figurs areal forblev uændret, selvom formen ændrede sig ved at de enkelte dele, figuren oprindeligt bestod af, blot blev omfordelt. Dette stod i kontrast til omkredsen, som kunne ændre sig afhængigt af, hvordan formen blev justeret.
74% af eleverne på niveau E, har besvaret opgaven korrekt.
Testene viste, at der hvor eleverne blev svært udfordret er i områderne omkring algebra og symbolholdige matematiske udtryk.

Vi benyttede opgaver som disse:

Body mass index (BMI) anvendes til at bestemme en mulig overvægt.
Formlen for beregning af BMI er

$$\frac{vægt}{højde^2}$$ vægten er i kilogram og højden i meter

Hvad er BMI tallet for en person, som vejer 100 kg og er 200 cm høj?

Vis din beregning her.

Her har langt under halvdelen af eleverne svaret korrekt.
Vi har set en tilsvarende tendens, når opgaverne fik en algebraisk karakter, også selvom der i denne opgave var lagt en geometrisk repræsentation som stillads.

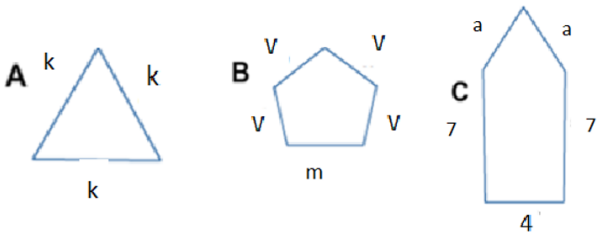
Generelt var der flest elever der svarede korrekt på opgave a og færrest på opgave c (fra 35-20%). Vi tolker det vanskeligt for eleverne at acceptere, at et svar kan indeholde en beregning mellem en variabel og et tal, så svaret på opgave c fx ikke er 20a, men 2a + 18.

Skriv omkredsen for hver figur.

Figur A: _____

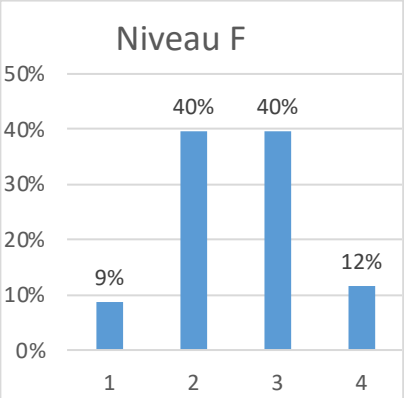
Figur B: _____

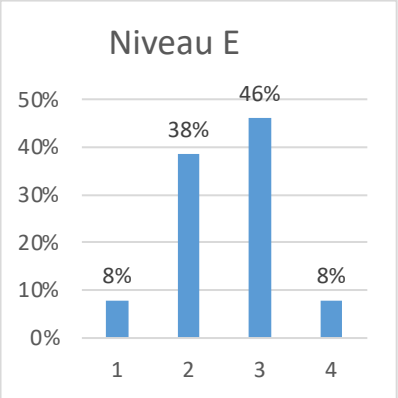
Figur C: _____

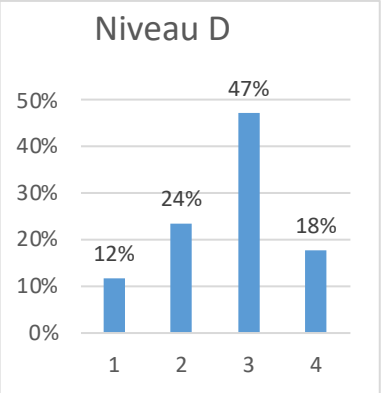



Der har været involveret 51 og 52 elever på henholdsvis niveau F og E, mens eleverne på niveau D er på 68 deltagere.

I de følgende diagrammer vises resultaterne for antal rigtige besvarelser i fire intervaller:




1) 0 - 25%
2) 25% - 50%
3) 50% - 75%
4) 75% - 100%

Som det ses af de tre diagrammer er der ikke stor forskel i præstationerne på niveau E og F, mens niveau D har et tydeligt " skub mod højre", så der er markant flere, der klarer sig godt.

## Afsluttende bemærkning

Vi har kunnet konstatere, at der er flere erhvervsrelevante matematiske begreber, som over 50% af eleverne på både niveau F, E og D har vanskeligheder ved. Fejlene kan selvfølgelig have forskellige årsager som "sjuskefejl", over-

springshandlinger, følelsesmæssige faktorer i testsituationen, men også være et udtryk for manglende forståelse. I interview med eleverne synes den typiske fremgangsmåde til løsning af disse indledende opgaver at være, at eleverne havde forsøgt at memorere, hvad de skulle gøre fremfor at ræsonnere og prøve sig frem. Elevernes vanskeligheder med at løse nogle af opgaverne kunne også skyldes, at de var stillet med symbolsk notation, fx 6 : ½, uden for en genkendelig kontekst fx 6 liter væske hældt på ½ liter flasker, **men også** betyde, at den viden som skal til for at løse opgaven, **ikke er** generaliseret viden og at der dermed er fare for den ikke er fleksibel nok.

Overvejelser omkring testresultater efter implementeringsforløbet - se artikel "De svageste bliver også bedre til matematik".

# De svageste bliver også bedre til matematik

Lektor Mette S. Christensen

Resultaterne fra The Curve-projektet viser således en positiv udvikling også blandt de svageste elever i matematik.

Det har været en erklæret målsætning og et centralt fokus for The Curve projektet, at denne indsats også skulle vise sig i elevernes faglighed - også for de svageste elever i matematik - de skulle også blive dygtigere til matematik. Vi har derfor i forbindelse med projektet testet eleverne med et materiale, som har særlig fokus på diagnostiske opgaver, altså opgaver som er designet til at afsløre begrebsmæssige misopfattelser hos eleverne. (Se artiklen "Opbygningen af testmaterialet")

## Udvikling blandt de faglig svageste elever

For en gruppe af eleverne har vi testet dem i en af de første undervisningsuger og igen i en af de sidste undervisningsuger, for at undersøge, om vi kunne påvise en positiv udvikling i elevernes faglige formåen i matematikfag, efter blot 20 ugers undervisning. Det har vist sig at være tilfældet.

Vi vil i det følgende vise nogle af de steder, hvor vi kan spore en faglig fremgang.

Når vi tager opgaver, som tester i basal talforståelse som denne:

**Opgave 3**

Skriv resultatet af opgaverne.

a) 1000 — 369 = _____ b) 6 · 0,5 = _____ c) 2,7 · 100 = _____

d) 126 : 3 = _____ e) 3 : 6 = _____ f) 3 : 0,5 = _____

g) 0,5 : 5 = _____ h) 29,2 : 10 = _____

Vi kan for en opgave "g" se, at den korrekte besvarelsesprocent - blandt den svageste halvdel af elever - har bevæget sig fra 50 % til 58 % korrekte besvarelser.

En tendens vi kan følge er elevernes villighed til at svare på opgaver, som de tidligere har været usikre på:

Skriv et regnestykke, som passer til regneopgaven. Du skal således **IKKE** finde resultatet af opgaven.

a) Prisen for 1 kg pærer er 12 kr.
Hvad koster 2,6 kg pærer? _____

Opgaven her er i første test besvaret med 33% korrekte og i test nr. 2 besvaret med 66% korrekte, en fordobling af frekvensen. Vi tolker det som forbedret faglig selvtillid, der kommer til udtryk i, at eleverne er mere villige til at forsøge sig med en besvarelse også selvom den som her, indeholder et decimaltal.

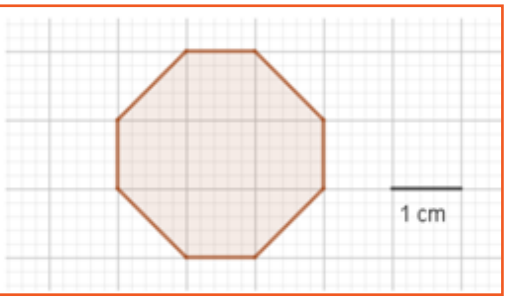
Vi har i testmaterialet brugt opgaver som tæt relateret til en viden som formodes at være nødvendig i erhvervsmæssige sammenhænge. Det er opgaver, som disse vi har brugt:

Omkredsen af denne ottekant er: (sæt kryds)

a) Præcis 8 cm

b) Mere end 8 cm

c) Mindre end 8 cm




Firkant A deles op i tre stykker. De sættes sammen, så der kommer en ny figur B.

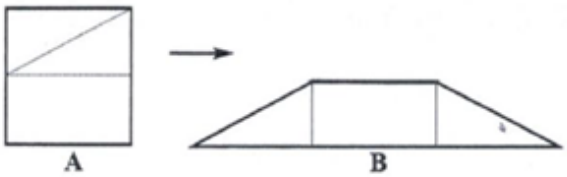
Sæt kryds ved de rigtige udsagn.

a) Arealet af A er større end arealet af B.

b) A og B har et lige stort areal.

c) Arealet af B er større end arealet af A.

d) Man kan ikke sige hvilket areal som er størst.




Her kan vi igen se en matematikfaglig udvikling blandt den svageste halvdel af elever. I opgaven med omkredsen af ottekanten har 33% svaret korrekt ved første test. Ved anden test har 58% af eleverne svaret korrekt. Tilsvarende finder vi resultaterne for opgaven med arealet og her er tendensen måske endnu tydeligere. Ved første test svarer 58% af eleverne korrekt. Ved anden test er vi oppe på 75% af eleverne, som besvarer opgaven korrekt.

Vi har naturligvis også her været interesseret i at undersøge, om vi kunne spore en positiv udvikling på de områder, som vi ved, at denne gruppe af elever har

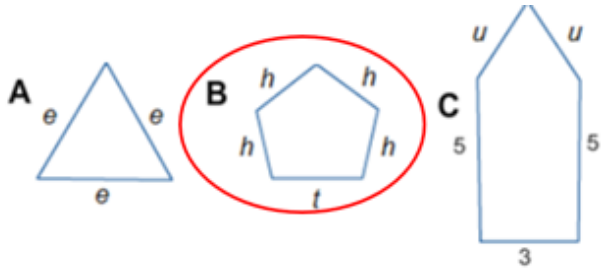
det særlig vanskeligt ved, nemlig den del af matematikken som indeholder formler og symbolholdigt sprog.

Skriv omkredsen for hver figur.

Figur A : _____

Figur B : _____

Figur C : _____



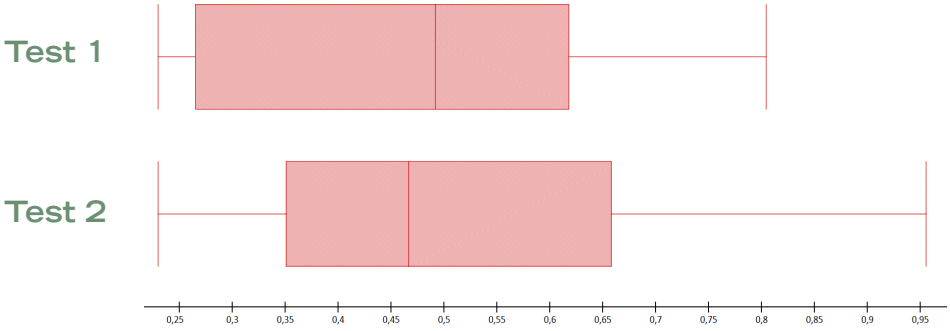

Løs ligningerne.

a) $8x = 24$ b) $250 = 6x + 10$ c) $3x + 7 = 5x + 3$ d) $\frac{2}{3}x = 12$

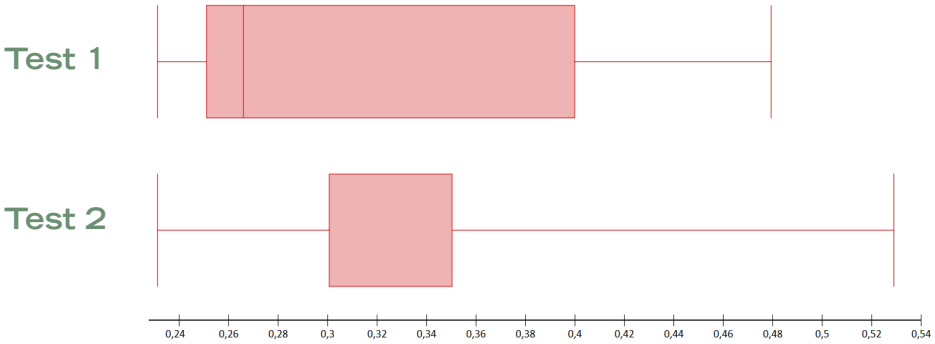
Kigger vi på opgaven med omkredsen af de tre geometriske figurer og helt specifikt på figur "B", viser det sig, at i den første test har ingen af elever rigtige besvarelser, hvor i anden test er der 17%, som har svaret korrekt og 8% som har forsøgt at besvare. Det tolker vi som en begyndende forståelse af algebraisk tænkning eller i hvert fald et mod på at kunne løse opgaver med algebraisk indhold. Vi ved fra andre undersøgelser at modet til eller troen på, at kunne løse en matematisk opgave, som virker svær, er noget af det som vores svageste elever er meget tilbageholden med. Derfor er dette resultat yderste interessant.

Samme tendens viser sig også i opgaven med ren ligningsløsning. På trods af, at ingen af elever havde løst opgaverne "c" og "d" korrekt - i hverken første eller anden test, så har 17% af eleverne forsøgt at besvare i anden test. Hvilket igen kan tolkes som begyndende mod på at kunne løse opgaver med algebraisk indhold.

Vi har for gruppen som helhed kunne påvise en vis positiv faglig fremgang. Som vist i et boksplot ser således ud:




Den faglige udvikling bliver særlig tydelig, hvis vi igen retter blikket direkte mod den lavest præsterende halvdel. Her ser resultatet således ud:




**Bokspot** – Er en grafisk fremstilling af spredningen i et datasæt. Bokspottet opdeles grafisk for hver 25%. Datasættet fremstår således i 4 dele. Det giver mulighed for at analysere på bevægelser i et datasæt.

## Afrunding

Resultaterne fra The Curve-projektet viser således en positiv udvikling også blandt de svageste elever i matematik. Gennem diagnostiske opgaver blev elevernes begrebsmæssige misopfattelser afdækket, og der blev dokumenteret en vis fremgang, særligt i basal talforståelse og opgaver med en kontekst med praktisk relevans for elevernes fremtidige erhverv.
Stigningen i korrekt besvarelse samt elevernes øgede villighed til at besvare mere komplekse opgaver, som inkluderer algebraiske udfordringer, vidner om både faglig forbedring og øget selvtillid hos eleverne. Det er særligt bemærkelsesværdigt, at en gruppe elever, som i første test ikke forsøgte at løse algebraiske opgaver, i anden test viste mod på at gøre forsøget. Projektet har dermed opnået et af sine delmål om at styrke matematikkompetencerne for de svageste elever.

# Hvordan oplever eleverne matematikundervisningen?

Lektor Mette S. Christensen

*Nogle gange kan man godt blive så bundet til de formler, så jeg slet ikke kan finde ud af det.*

ELEV PÅ ELEKTRIKERLINJEN

Formålet med dette projekt The Curve er blandt andet at forbedre matematikundervisningen mod et mere konkret, eksperimenterende og anvendelsesorienteret indhold, der kan øge dybden af elevernes forståelse af centrale matematiske begreber. Det skulle gerne, med tiden, resultere i at eleverne opnår en bedre matematiske forståelse, samtidig skulle det også gerne undervejs være medvirkende til, at eleverne oplever at matematikfaget er relevant og meningsfyldt ind i deres erhvervsfaglighed og dermed øge elevernes motivation for at deltage aktivt i undervisningen.

Vi har i løbet af projektet været i dialog med eleverne og har foretaget en del elevinterview, både i begyndelsen af eleverne forløb og i slutningen af elevernes forløb.

## Hvem er eleverne?

Vi har i interviewrunderne været nysgerrige på begrundelserne for elevernes valg af uddannelse og uddannelsessted, bl.a. for at få viden om, hvorfor eleverne er præcis på denne uddannelse, men også for at få viden om, hvad der motiverer eleverne.

Det viser sig, at der er utrolig mange indgange til en erhvervsuddannelse. Der sidder nogle af de helt unge elever (16-17 år), som møder modstand i det etableret system og på deres folkeskole. De kommer i praktik og finder på den måde vej til et håndværksfag. Der er elever, som har været hele vejen gennem det almene gymnasium, for at erkende, at det ikke var det rigtige valg for dem og derefter begynde på en erhvervsuddannelse. Der er mange elever, som på forskellig vis har været rundt om et håndværksmæssigt fag, som arbejdsmand, praktikant el.lign., som efter kortere eller længere tid ønske at få uddannelsen og kompetencerne. Og så er der dem, der relativt sent i livet finder ud af, at de ønsker at gå en håndværksmæssig fremtid i møde.

Fælles for dem alle er, at de er drevet af en bestemt håndværksmæssig faglighed og de har lysten til at blive dygtige håndværkere. Derfor er alt, hvad de laver, rettet mod deres erhvervsfaglighed, også når de har matematikundervisning.

## Holdninger til matematikfaget

Når vi har mødt eleverne i begyndelsen af deres skoleforløb, har vi spurgt dem til, hvordan de opfattede matematikfaget. Mange af eleverne gav udtryk for, at matematik var et svært fag. Det var et fag som man enten kunne eller ikke kunne. Mange af eleverne gav udtryk for, at de ikke kunne huske det de lærte. Denne udtalelse er fra en elev på elektrikerlinjen:

"Nogle gange kan man godt blive så bundet til de formler, så jeg slet ikke kan finde ud af det. Når jeg selv skal, så kan jeg det ikke."

Eleven finder det vanskeligt at overføre det matematikfaglige stof, som han er blevet præsenteret for med udgangspunkt i matematiske formler. Det kommer til udtryk ved, at han kan bruge formlerne, når de præsenteres for ham, men har svært ved at arbejde med dem alene eller transformere den viden han bliver præsenteret for i teorilokalet, til det han skal udføre i værkstedet.

Det bliver i samtalerne tydeligt, at eleverne har svært ved at fastholde det, de har lært i matematik, og mange af dem oplever, at matematikken bliver udfordrende, når de skal overføre teorien til praktisk anvendelse eller arbejde selvstændigt. Formler og specifikke områder som brøker og algebraiske elementer volder især mange af eleverne problemer.

## Motivation

De elever vi har talt med i projektet viser alle, at de er meget afhængige af, at de ser en sammenhæng mellem deres erhvervsfaglighed og matematikfaget, for at være motiveret for læring.

I de samtaler vi har haft i begyndelsen af elevernes grundskoleforløb har vi bl.a. spurgt dem om, om matematikken gav mening i forhold til deres kommende erhverv. Der kom svar fra elever, som havde meget vanskeligt ved at se koblingen. Det kommer bl.a. til udtryk hos en elev, som læser "IT, web og medier":

"Jeg føler ikke rigtig, at vi lærer det [matematik] til vores uddannelse."

Eleven føler ikke, at matematikken er tilpasset specifikt til uddannelsen, og det reducerer engagementet i matematikfaget.

Men der kom også svar fra elever, som sagtens kunne se koblingen mellem matematik og deres erhvervsfaglighed. Her en udtalelse fra en elev på murerlinjen:

"Vores matematik giver god mening. Vi har noget, som hedder byggematematik. Det kan vi bruge direkte [i vores murerfag]."

Vi har naturligvis været interesseret i, om projektet kunne flytte på motivationen hos eleverne, ved at gøre relevansen mellem det matematikfaglige og det erhvervsfaglige tydeligere. Derfor har vi igen holdt interview med elever, når de har været i den afsluttende del af deres skoleforløb. Eleverne giver samlet set udtryk for, at det er blevet mere klart for dem, hvad matematikken skal bruges til og hvordan det ser ud i forhold til deres erhvervsfaglighed.

En elev fra tømrelinjen fortæller således:

"Men også det med, at det er meget mere håndgribeligt. Man bruger det, når nu vi går ud i værkstedet. Så ofte, så vil vi jo bruge det ret hurtigt efter, at vi har haft det i undervisningen. Om så det er lige præcis er den samme måde - det kan også være en anden måde, men om ikke andet, så er det meget det samme".

Eleven her giver udtryk for, at når de behandler matematikken i de håndværksmæssige kontekster, virker matematikken håndgribelig og relevant, og dermed øges motivationen - også for matematikken.

## Undersøgende undervisning

Vi har i vores interview kigget efter andre tegn i den direkte undervisning end relevansen, som har haft en positiv effekt på elevernes motivation. Her giver elever udtryk for at især to parametre i undervisningen er med til at øge deres motivation. Det er det undersøgende og/eller eksperimenterende og brugen af konkrete materialer.

Her er det et udsagn fra en elev på elektrikerlinjen:

"Vi har det jo også tit sådan, at vi laver noget praktisk, efter vi har regnet ud på papir for, at se om det praktiske det hænger sammen med det, vi har lavet på papir".

Vi har, som en del af projektet, udviklet konkrete materialer tænkt direkte til erhvervsuddannelserne. Bl.a. har vi udviklet modeller af brædder, som eleverne kan benytte, når de i tømrerfaget begynder på "en-på-to-beklædning". Modellen er gennemsigtig, hvilket giver eleverne mulighed for, rent visuelt, at vurdere om de er tæt på en løsning eller ej. Eleverne giver i forbindelse med det arbejde tydeligt udtryk for, at muligheden for at kunne sidde, med et overskueligt antal af brædder til en overskuelig længde, gør det nemmere for dem at indgå i det matematikfaglige. Dels gør det visuelle, at de helt intuitivt kan begynde på en løsning, som de sidenhen forfiner, ved hjælp af måling og matematik. For først til allersidst at blive præsenteret for formlen og endelig kan afprøve deres model i værkstedet med de rigtige materialer. Eleverne giver udtryk for, at netop progressionen mellem de konkrete materialer, det begræn-

sede omfang, beregningerne, formelen og endelig arbejdet i værkstedet er yderst værdifuldt for dem.

En af tømrereleverne udtrykker det således:

"Det giver mening for mig, når vi skal sådan noget som det her, hvor det giver mening at regne det ud, inden du laver det. For så skal du kun lave det én gang, i stedet for at skulle lave det om et par gange."

Det må være tæt på essensen af, hvad matematik skal bidrage med på erhvervsuddannelserne, forståelsen for, at et arbejde kun skal laves én gang, fordi grundlaget for arbejdet er udført først.

## Afrunding

Blandt de elever vi har været i kontakt med, er det tydeligt at elevernes oplever et tydeligt behov for sammenhæng mellem teori (matematik) og praksis (erhverv). For mange elever er matematikken udfordrende, især når de har svært ved at koble de matematiske begreber til deres erhvervsfaglighed. Det bliver tydeligt, at elevernes motivation øges betydeligt, når undervisningen præsenterer matematik på en måde, der er direkte anvendelig i deres fremtidige erhverv. Eleverne fremhæver, at deres engagement stiger, når matematikundervisningen gør brug af konkrete materialer, eksperimenter og praksisnære opgaver, der straks kan anvendes i værkstedet.

# Matematik på EUD – et anderledes fag med egne strukturelle forudsætninger

Fagkonsulent Flemming Kastbjerg

Selvom grundfaget matematik i vid udstrækning minder om faget, som man kender det fra grundskolen og i gymnasiet, er der alligevel mange forskelle, som man som lærer skal forholde sig til i sin undervisning på erhvervsuddannelserne. I denne artikel belyses nogle af disse forskelle. Der er udelukkende fokus på de ordinære uddannelsesforløb på erhvervsuddannelserne. Der er altså set bort fra eux-forløb, for at undgå for megen kompleksitet.

## Stor aldersspredning blandt eleverne

Én af de forskelle, som man først får øje på, når man træder ind i matematikundervisningen på erhvervsuddannelserne, er den stor aldersspredning blandt eleverne. Den store aldersspredning forekommer, da mange eleverne ikke starter på en erhvervsuddannelse direkte efter grundskolen. Mange er gået andre veje efter grundskolen og ender på en erhvervsuddannelse senere i deres liv. Det kan for eksempel være elever, som tidligere har været ude på arbejdsmarkedet, elever som starter på en erhvervsuddannelse efter gymnasiet eller elever med afbrudte uddannelser bag sig. I grundskolen og på gymnasiet vil aldersspredningen blandt eleverne være relativt begrænset. I erhvervsuddannelserne er det ikke ualmindeligt, at der er en aldersspredning på op til 30 år. Der kan sagtens være elever på 16 år og op i fyrrene på samme hold.

Den store aldersspredning stiller store krav til både pædagogik og didaktik. Der kan være stor forskel på, hvordan den helt unge og den ældre elev skal tilgå undervisningens indhold og hvilke erfaringer og forforståelser de bringer med ind i undervisningen.

| Uddannelse | Aldersgrupper | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | -17 år | | 18-19 år | | 20-24 år | | 25+ år | |
| Data- og komm. aug-23 | 26 | 6,4% | 46 | 11,4% | 120 | 29,8% | 211 | 52,4% |
| Data- og komm. jan-24 | 157 | 28,5% | 85 | 15,5% | 109 | 19,8% | 199 | 36,2% |
| Elektriker aug-23 | 73 | 9,8% | 119 | 16,0% | 258 | 34,7% | 293 | 39,5% |
| Elektriker jan-24 | 858 | 54,3% | 247 | 15,6% | 227 | 14,4% | 248 | 15,7% |

Kilde: Uddannelsesstatistik.dk

Som tabellen viser, kan alderssprednigen være meget forskellig fra uddannelse til uddannelse. Det samme gælder for de enkelte optag. For begge de to viste uddannelser er andelen af unge elever størst i januaroptaget. Dette skyldes, at de elever der optages direkte fra grundskolen først optages på grundforløb 1 i august, og først optages på den enkelte uddannelse i januar. Der kan derfor på nogle uddannelser være forskel på hvordan der undervises i faget i foråret og i efteråret, da elevgruppen kan være meget forskellig.

## Tydelig relation til elevernes erhvervsfaglighed

I erhvervsuddannelserne står matematikken på to ben. Det ene ben sigter mod at give eleverne nogle matematiske kompetencer og redskaber til at løse de udfordringer de møder i deres kommende profession som faglærte. Det andet ben sigter mod at give eleverne mulighed for en videre uddannelse.

Dette betyder at undervisningen i matematik både skal have en tydelig erhvervsfaglig toning i forhold til elevernes aktuelle uddannelsesvalg, men også at matematikken skal kunne forstås i mere almene sammenhænge uden for uddannelsen. Særligt den erhvervsfaglige toning af matematikfaget kan for nogle lærere være en stor udfordring. Især hvis læreren ikke selv har en erhvervsuddannelse med sig. Det kræver meget energi og forberedelse at sætte sig ind i og forstå de faglige problemstillinger i en erhvervsuddannelse og omsætte denne forståelse til matematikundervisning.

For nuværende findes grundfaget matematik på 56 ud af 101 erhvervsuddannelser, når der ses bort fra eux-forløb. På 51 af uddannelserne er matematik placeret på grundforløbet. På de resterende er faget placeret på hovedforløbet. Dette betyder, at man som lærer nøje skal overveje hvor meget og hvilken erhvervsfaglighed man inddrager i sin matematikundervisning. Der kan sagtens være erhvervsfaglige emner, som er oplagte at arbejde med og som indeholder megen matematik, men som eleverne på grundforløbet endnu ikke har de nødvendige erhvervsfaglige forudsætninger for at arbejde med. Samtidig skal læreren være klar over, at koblingen mellem matematik og erhvervsfagligheden ofte skal tydeliggøres for eleverne- de opdager den ikke nødvendigvis selv. Se evt. “Fra teori til praksis - Undervisning med fokus på transfer” af Vibe Aarkrog. Dette kan skyldes, at faget i folkeskolen har en ganske anden karakter.

## Flere uddannelser og niveauer på samme hold

En anden markant forskel på undervisningen i erhvervsuddannelserne, sammenlignet med gymnasiet eller grundskolen, er niveauerne. Matematikfaget i erhvervsuddannelserne dækker overniveauerne F, E, D og C. Niveau E svarer til niveau i 10. klasse og niveau C svarer til det gymnasiale niveau C.

Niveau F svarer derfor til et niveau mellem 9. og 10. klassetrin og niveau D svarer til et niveau mellem 10. klassetrin og gymnasialt niveau C. Hvilket obligatorisk niveau undervisningen skal have på de uddannelser, hvor mate-

matikfaget findes, bestemmes ikke centralt af ministeriet, men af de faglige udvalg for hver enkelt erhvervsuddannelse. De faglige udvalg vælger det niveau for undervisningen, som de mener klæder deres elever på til at kunne klare de matematikholdige udfordringer, de møder i deres kommende erhverv.

Da der kan være stor forskel på, hvor mange elever som søger en uddannelse på de enkelte skoler, kan det af økonomiske hensyn være nødvendigt at slå elever fra flere forskellige erhvervsuddannelser sammen på det samme matematikhold. Dette for at kunne opretholde en vis elevvolumen på holdet.

Dette er dog en stor udfordring for den enkelte lærer, da uddannelserne kan have forskellige niveauer. Man kan forestille sig, at en skole samlæser elever fra elektrikeruddannelsen og fra vvs-uddannelsen på samme matematikhold. Elektrikerne skal have matematik på niveau D og vvs-eleverne skal have matematik på niveau E. Da indholdet i undervisningen på niveau D naturligt er mere omfangsrigt end på niveau E, stiller det store krav til læreren at kunne undervise på flere niveauer i samme klasse på samme tid.

Ydermere bliver undervisningen udfordret af, at der på erhvervsuddannelser skal tages udgangspunkt i det niveau, eleven kommer med, når varigheden af undervisningen skal bestemmes. På erhvervsuddannelsernes findes der ikke en fast undervisningsvarighed, men kun en vejledende varighed for hvert niveauløft. Det betyder altså, at varigheden af undervisningen på samlæste hold kan være ret forskellig for de enkelte elever.

Dette er illustreret i denne figur.

| **Elektriker (niveau D)** | **VVS-energi (niveau E)** |
|---|---|
| *Elev med 9. klasses baggrund*<br>Løft: 3 niveauer<br>Varighed: 3 x 2 uger = 6 uger | *Elev med 9. klasses baggrund*<br>Løft: 2 niveauer<br>Varighed: 2 x 2 uger = 4 uger |
| *Elev med 10. klasses baggrund*<br>Løft: 1 niveau<br>Varighed: 1 x 2 uger = 2 uger | *Elev med 10. klasses baggrund*<br>Løft: Intet obligatorisk løft<br>Varighed: Tilbydes undervisning på niveau D eller niveau C eller andet relevant |
| *Elev med gymnasial baggrund*<br>Løft: Skal ikke løftes<br>Varighed: Skal tilbydes anden relevant undervisning | *Elev med gymnasial baggrund*<br>Løft: Skal ikke løftes<br>Varighed: Skal tilbydes anden relevant undervisning |

Udover at undervisningen kan risikere at skulle rumme flere forskellige niveauer, er der altså også tale om, at undervisningen skal målrettes flere forskellige erhvervsfagligheder.

## Elevernes matematikfaglige niveau ved uddannelsesstart

Både i grundskolen og på gymnasiet kan der være en vis spredning i elevernes matematikfaglige niveau. Fælles for erhvervsuddannelser og gymnasiet er, at de begge er ungdomsuddannelser, som aftager eleverne efter endt grundskole. På erhvervsuddannelserne er optagelseskravet et gennemsnit på 2,0 i matematik og dansk fra enten 9. eller 10. klasse. I gymnasiet er optagelseskravet lidt mere nuanceret, men groft sagt skal er det et gennemsnit på 5,0 i alle de lovbundne prøver fra 9.  eller 10. klasse.

Den store forskel i optagelseskravene til uddannelserne kan være medvirkende til, at der ses en overvægt af elever på erhvervsuddannelserne, som har præsteret lavt ved prøverne i grundskolen.

Der ligger derfor en stor opgave for lærerne i erhvervsuddannelserne i at løfte elevernes matematikfaglige niveau. Denne opgave skal ses i lyset af, at et grundforløb ofte kun har en varighed på 20 uger, som matematikundervisningen skal fordeles over. For nogle eleverne kan da var tale om et løft på 3-4 niveauer, på relativt kort tid, og muligvis med en forkortet undervisningsvarighed, da denne kun er vejledende på erhvervsuddannelserne og fastsættes af de enkelte skoler ud fra de rammer om indhold i uddannelsen, som de faglige udvalg har bestemt.

# Om færdigheder og forståelse

Lektor Bent Lindhardt

*… det giver mening lige pludselig. Lige pludselig så kan man se det.*
*…. men nu er faktisk den der forståelse okay.*

TO ELEVER FRA THE CURVE PROJEKTET

I projektet the Curve har der i forløbet været flere gennemgående diskussioner mellem lærerne om forståelse og færdigheder, som har haft indflydelse på de valg, der er gjort omkring undervisning, lærerrolle, opgavevalg, metode osv. Denne artikel forsøger at viderebringe denne debat, som vi formoder er på mange erhvervsskoler.

## Det matematiske præstationsniveau

Flere af de deltagende lærere oplever, at mange elever har et problematisk svagt videns- og færdighedsniveau, når de begynder grundforløbet. I den diagnostiske test, der er brugt i projektet på ca. 200 elever, konstaterede vi, at der er flere erhvervsrelevante matematiske begreber, som over 50% af eleverne på både Niveau F, E og D har vanskeligheder ved. (se artiklen "Opbygningen af testmaterialet"). Der synes således noget om snakken. Fejlene kan selvfølgelig have forskellige årsager som "sjuskefejl", overspringshandlinger, følelsesmæssige faktorer i testsituationen, men også være et udtryk for manglende forståelse. I interview med eleverne synes den typiske fremgangsmåde til løsning af opgaverne at være, at eleverne havde forsøgt at memorere, hvad de skulle gøre fremfor at ræsonnere og prøve sig frem. Elevernes vanskeligheder med at løse nogle af opgaverne kunne også skyldes, at de var stillet med symbolsk notation, fx 6 : ½ uden for en genkendelig kontekst fx 6 liter væske hældt på ½ liter flasker, men også betyde, at den viden, som skal bruges til at løse opgaven, ikke er generaliseret viden og at der dermed er fare for den ikke er fleksibel nok.

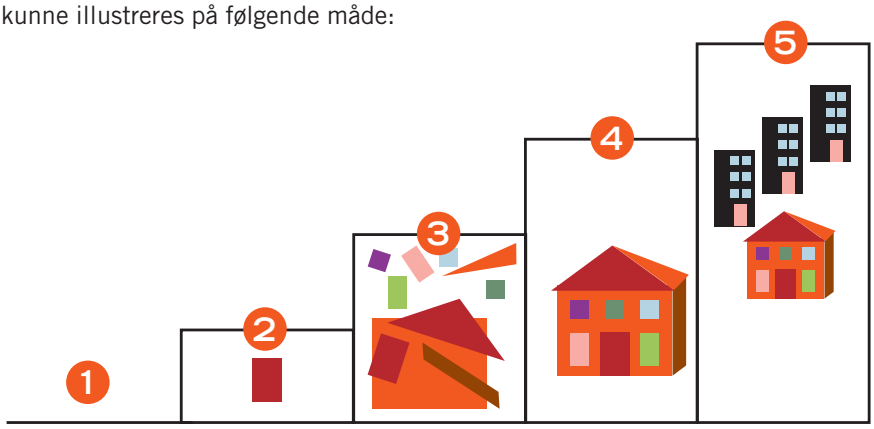
Det førte i projektet til en diskussion om, hvilke tiltag der var nødvendige for at afhjælpe elevernes vanskeligheder og forbedre deres matematikpræstationer, så de "blev løftet" til de fastsatte niveauer (D, E og F) for de forskellige erhvervslinjer. (se artiklen "Matematik på erhvervsuddannelserne - et anderledes fag med egne strukturelle forudsætninger") Det medførte en debat om forståelse kontra færdigheder.

## Forståelse eller færdighed?

Betragter vi diskussionen med matematikdidaktiske briller er der kilometervis af forskning, som påviser, at forståelse spiller en afgørende rolle for, hvor godt eleven lærer matematikken. Til forskel fra færdigheder, som ofte kan udvikles gennem øvelse og gentagelse, kræver forståelse en dybere kognitiv proces, hvor

man reflekterer over og bearbejder information. I forskningssammenhænge refereres der ofte til Skemp som introducerede begreberne “relationel forståelse” og “instrumentel forståelse”. Relationel forståelse refererer til en dybere indsigt i, hvordan matematiske begreber hænger sammen, mens instrumentel forståelse refererer til at kende regler og anvende dem dog uden nødvendigvis at have forstået pointer og sammenhænge. For eksempel kan en person have færdigheden til at løse en bestemt type matematikopgave ved at følge en husket opskrift, mens forståelse betyder, at personen også kan forklare, hvorfor metoden virker, og anvende den på forskellige typer af beslægtede opgaver. Hvor færdigheder refererer til svar på “hvordan-spørgsmål”, vil forståelse i højere grad være svar på “hvorfor-spørgsmål”.

Australieren Biggs foreslog tilbage i 80’erne en gradbøjning af, hvor godt noget var lært ved at lave en taxonomi. Han skelnede mellem fem niveauer - som kunne illustreres på følgende måde:




| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ingen forståelse: Øhhhhh … | Fokuseret på kun et enkelt aspekt. | Flere relevante aspekter (dog uden overordnet sammenhæng). | Enkelt-dele kobles nu sammen med helhed (en samet konklusion) | Generaliseringer over den “bagvedliggende struktur”. |

Niveau 1 – dækker viden og færdigheder, hvor eleven endnu ikke har nogen forståelse men evt. et kendskab til enkelte dele uden at kunne anvende det,

Niveau 2 – dækker viden og færdigheder, hvor eleven kan anvise en løsning på en given problemstilling. Niveauet er også udtryk for, at eleven kan angive fx regler, formler etc. og udføre simple løsninger efter en kendt procedure. Der knyttet sig handleord som at- genkende, -huske procedurer, -benævne, -huske og anvende enkeltdele, men ikke i kombination. Er færdighedsmæssigt begrænset.

Niveau 3 – dækker viden og færdigheder, hvor eleven kan anvise flere mulige løsninger, men kan ikke kombinere disse. Eleven kan udføre rutiner, forklare samt definere fagudtryk og begreber. Der knytter sig handleord som at klassificere, -beskrive, -beregne, -illustrere. Er færdighedsmæssigt dygtig.

Niveau 4 – dækker viden og færdigheder, hvor eleven kan analysere, kombinere og identificere forskelle. Eleven trækker på en bred viden for at fremkomme med en løsning. Der knytter sig handleord som at analysere, -sammenligne, -konkludere, -kunne ændre strategi, -anvende fleksibelt, -løse problemer.

Niveau 5 – dækker den viden hvor eleven kan teoretisere, udvikle, perspektivere og generalisere

I teorien omtaler man de tre første niveauer som grader af overfladeviden og de to sidste som grader af dybdeviden.

Der var lærerrøster i projektet, som opfattede det vanskeligt og måske også unødvendigt at have forståelse som ambition. Det kunne ligne en målsætning, der svarer til et niveau 3. Det var fx til diskussion om eleverne skulle forstå den den bagvedliggende matematik ved de formler, de arbejdede med eller blot skulle kunne huske dem. I sådanne situationer var holdningen, at eleverne måtte lære at acceptere, at "sådan var det bare".

Det er dog værd at fremhæve de mulige fordele, der er ved at prioritere dybdeviden, idet det lærte

- bliver mere fleksibelt og gør det lettere at anvende i nye situationer.
- fastholdes over længere tid .
- øger muligheden for kreativitet i løsningen af matematiske problemstillinger.
- styrker selvstændigheden i tilegnelsen af viden, der gør det nemmere at lære nyt og mere.

At etablere en forståelsesorienteret matematikundervisning er dog ikke uden udfordringer - ikke mindst på grund af forskellen på at anskue undervisningen ud fra et arbejdsperspektiv eller et læringsperspektiv.

## Når arbejde og læring konflikter

I vores observationer af matematikundervisningen kunne vi konstatere - helt naturligt - hvor meget arbejdskulturelle elementer påvirkede hverdag, vaner og samtaler på en erhvervsskole. Som et symptom kunne vi fx konstatere, at eleverne meget ofte var iført arbejdstøj i undervisningen og i vores interview gengav holdninger, hvor undervisningen blev tænkt som "en arbejdsplads" frem for "en læringsplads". I denne erhvervsskole-sammenhæng skal arbejde opfattes som en opgave eller en aktivitet, der har en form for produktivt eller praktisk formål, som fx at lave en ret, reparere noget, bygge noget osv. En læreproces og en arbejdsproces er imidlertid ikke altid i fase, hvis man ønsker en forståelsesorienteret matematikundervisning.
I nedenstående skema er nævnt nogle forskelle, som ikke er udtømmende, men illustrerer problemstillingen.

| Arbejdsproces | Læreproces med forståelse |
|---|---|
| Viden og færdigheder skal anvendes i bestemte situationer | Viden og færdigheder skal forstås generelt og kunne anvendes i mange situationer |
| Det udførte (produkt) er det vigtigeS | Processen er det vigtige |
| Arbejdet skal gøres færdigt inden for de aftalte rammer og den afmålte tid. Der er ikke plads til afstikkere | Øget brug af tid til fordybelse, sidespor og eftertanke forbedrer læringen |
| Fokus er på at udføre arbejdet korrekt og præcist med så få fejl som muligt. | Man lærer noget af at fejle |
| Imitation fra andre er den foretrukne proces | Selvtænkning og refleksion er den foretrukne proces |
| Der er bestemte og rigtige arbejdsmåder til at udføre arbejdet ordentligt | Der er flere strategier og veje til en løsning |

I en håndværksmæssig arbejdsproces ligger der således nogle faste rammer for, hvad der skal gøres, hvad der er den bedste måde at gøre det på inden for en bestemt tid og med forventning om et velfungerende og pænt produkt. Dette til forskel for en læreproces med forståelse i centrum, hvor elevens egentænkning, samtale og refleksion, selvstændig handlen, det at turde forsøge og fejle osv. er i fokus. Der er således indlejret et dilemma, som skal indtænkes i undervisningen, så der skabes den bedst tænkelige brobygning mellem de to processer. Det gennemsyrer holdningen i vores elevinterview, at det er helt afgørende for motivationen, at matematikken som udgangspunkt tænkes som en del af deres erhvervsarbejde, så det forventes fra start at være brugbart og meningsfuldt.

En mulig løsning kunne være at lade matematikken opstå undervejs i arbejdsprocessen med erhvervsrelevante produkter/øvelser inden for de enkelte erhvervsfag. Det har ofte øget interessen hos eleverne "at få matematikken i hænderne", men måske ikke ført til de matematiske erkendelser, man kunne ønske sig. Matematikken kan nok ses af lærerne, men ikke altid af eleverne, idet deres fokus er at skabe det ønskede produkt, hvor man undervejs "plukker" af den nødvendige viden og de nødvendige færdigheder som "tips og tricks", men ikke får dem generaliseret til brug i andre sammenhænge. Erfaringerne viste også at arbejdet i værkstedet indeholdt mange praktiske elementer, som havde fokus på at kunne gøre og overskyggede det mulige matematiske indhold og at lære.

## Hvad har vi så gjort i projektet for at øge forståelsen?

Hvornår noget er forstået, er ofte en personlig oplevelse, som nogen vil genkende som en form for aha-oplevelse. Det kan være vanskeligt at forudsige, hvad der skal til for, at en sådan oplevelse opstår hos den enkelte elev, men der er dog undervisning som i højere grad sandsynliggør, at det sker. Generelt vil en stor selvstændig elevdeltagelse med mulighed for samtale, hvor der indgår analyse, refleksion, forklaringer m.m. - og gerne i samspil med andre have bedre muligheder. Det er i denne sammenhæng en undersøgende og dialogisk matematikundervisning udmærker sig. (Se artikel "Eksperimenterende og undersøgende undervisning" og "Dialogisk undervisning")

Det følgende er nogle eksempler vi kan anbefale, som er brugt af lærerne i forskellige udformninger.

## Eksempel 1

Nogle af lærerne inddrog praktiske overskuelige modeller af det de senere skulle anvende i de produkter eleverne skulle lave i værkstedsfagene. På den måde fik man isoleret læringssituationen fra arbejdssituationen. Man kunne således tale om en form for matematisk forberedelse, hvor der arbejdes med mere simple modeller, og hvor der var tid til dialog og fordybelse, idet arbejdet med produktet først skulle i gang efter matematikundervisningen. Det kunne i den sammenhæng overvejes om det modsatte var muligt - at bearbejde matematisk de arbejdssituationer efter de havde været gennemført i værkstedsfagene.

**Eksempel:**

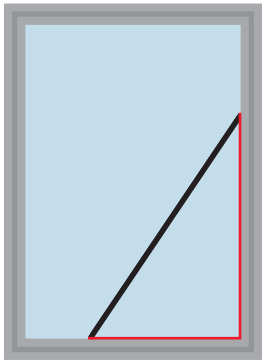
Se videoen om 1 på 2 beklædning andetsteds på hjemmesiden.

## Eksempel 2

Eleverne fik i mindre grupper a 2 - 3 lejligheden til sammen praktisk at eksperimentere sig frem til matematiske sammenhænge

**Eksempel:**

Ved introduktionen til trigonometri på elektrikerholdet fik grupperne udleveret en pind som kunne placeres i hjørnet af en vindueskarm. Se tegning. Den sorte streg (pinden) udgør hypotenusen i en retvinklet trekant og de røde afstande udgør de to kateter. Grupperne skulle måle sig frem til forholdet mellem den lodrette afstand og hypotenusen ved forskellige vinkler - og af den vej "opdage" sinus. Denne visualisering og tiden til af egen kræft at nå frem til sammenhænge har et øget forståelsespotentiale.



## Eksempel 3

Mange af de opgaver eleverne tidligere arbejdede med var meget lukkede i deres form. De blev forsøgt gjort mere åbne, så eleverne i højere grad skulle

"tænke sig om" frem for blot at genkalde sig en bestemt løsningsmetode, som blev øvet. Det inviterede til, at eleverne indgik i nogle diskuterende og ræsonnerende situationer om matematikken for at løse opgaven.

**Eksempel:**
Opgave A (øvelse): Et solcellepanel har arealet på 66 dm2. Omtrent hvor mange solcellepaneler er der plads til på et tag med 50 m2?

Opgave B (problemløsning): Hvilken figur er størst? Eleverne får en række flade figurer, hvor de dels skal vurdere og dels måle og beregne sig frem til størrelsen af figurerne. Se aktivitet 5 andetsteds på hjemmesiden.

## Eksempel 4

Vi anvendte idéer fra "Det tænkende klasserum" af Peter Liljedahl, hvor han forsøger metodisk at øge mulighederne for tænkende aktiviteter. Det indebar bl.a. brug af lodret læring ved whiteboard i tilfældige grupper af tre.

Der opereres med såkaldte sekvensopgaver, hvor eleverne i tregrupper i ganske små progressive trin løser gradvist sværere opgaver.

**Eksempel:**
Den usædvanlig bager Basse, som omhandler brøkberegning. Se bilaget Bager Basse.

## Eksempel 5

Der blev sat fokus på, at eleverne tidligt i undervisningen blev aktiveret. Den indledende lærersnak blev derfor forsøgt reduceret betydeligt. Der blev introduceret såkaldte "Starters", som ofte havde et vist spillende/konkurrerende element.

**Eksempel:**
I aktiviteten "Den levende lommeregner" skulle eleverne arbejde sammen to og to. Den ene makker A skulle vælge et regneudtryk med en variabel. Den anden makker B valgte tal som makker A satte ind i regneudtrykket og sagde resultatet. Makker B skulle levere tal nok til, at han kunne gætte det regneudtryk, makker A havde i hovedet.

## Eksempel 6

Brug af artefakter bidrog til en større taktil tilgang og muligheden for undersøgelser af genstandene med brug af matematik.

**Eksempel:**
Se aktivitet 6 på hjemmesiden.

## Afrunding

Der hersker en stærk færdighedskultur i matematikundervisningen ikke mindst grundet den arbejdskultur, som gennemsyrer en erhvervsfaglig uddannelse. Det kan komplicere læringen, hvis man har ambitioner om at bibringe eleverne en forståelse, som rækker ud over et "hvordan noget skal gøres", men i højere grad fokuserer på "hvorfor det er, som det er". Dette ikke mindst fordi det øger langtidsbevarelsen, øger fleksibiliteten, så man bedre håndterer uvante situationer, øger muligheden for kreative løsninger samt øger en selvstændighed i handlinger.

Komplikationer til trods har det dog vist sig muligt at fremstille aktiviteter/opgaver samt organisere undervisningen, så det via undersøgelser og dialog har skabt et bedre grundlag for matematisk forståelse.

# Eksperimenterende og undersøgende undervisning

Lektor Ole Freil

*Ja, det er lige det der med, at man fanger den der ekstra interesse i at begynde at være lidt mere nysgerrig og undersøgende i, hvad er det egentlig talt er, der ligger og gemmer sig hernede bagved. Det er dem, der flytter sig rigtig meget.*

MATEMATIKLÆRER FRA TECH COLLEGE

Et af hovedformålene med projekt The Curve var "at udvikle .... en eksperimenterende undervisning, der øger elevernes forståelsesniveau og deres oplevelse af matematiske kompetencer som nyttige i udførslen af det valgte erhverv."

Man bruger i flæng udtrykket eksperimenterende og undersøgende synonymt om matematikundervisning, hvor elever udforsker, afprøver og analyserer matematiske problemstillinger for at udvikle deres forståelse og kritiske tænkning.

Dette hænger muligvis sammen med, at begreber som "matematisk undersøgelse" og "matematisk eksperiment" endnu ikke er klart definerede i undervisningssammenhæng, men at de har en række fælles træk. Ifølge den danske KOM-rapport(1), som beskriver centrale matematiske kompetencer for elever at besidde, er undersøgelse tæt knyttet til problembehandling, hvor en grundig matematisk undersøgelse bliver en nødvendighed for at besvare komplekse spørgsmål. Denne tilgang harmonerer med definitionen fra Den Danske Ordbog, hvor en undersøgelse beskrives som en detaljeret gennemgang med det formål at opnå sikker viden om et emne.

I The Curve behandles eksperimenterende matematikundervisning som en facet af undersøgende matematikundervisning, idet eksperimentet tjener som et middel til at afprøve hypoteser og samle empiri, der understøtter en dybere forståelse af matematiske problemstillinger. Dette gør eksperimenterende aktiviteter til en delmængde af undersøgende matematikundervisning, da de understøtter og konkretiserer den systematiske undersøgelse ved at bidrage med praktiske erfaringer.

## Om åbne og lukkede opgaver i matematikundervisning

I en undersøgende matematikundervisning indgår der et behov for at arbejde med åbne opgaver til forskel for lukkede opgaver. Begreberne "lukkede" og "åbne" opgaver er dog heller ikke præcist definerede, men et karakteristisk træk ved åbne opgaver er indgangen til opgaven, hvor hverken fremgangsmåde eller svar er fastlagt, hvilket ofte kræver, at eleverne selv strukturerer arbejdet og finder løsninger. Lukkede opgaver har derimod typisk én bestemt løsning. En åben opgave kan også være åben i processen, hvor målet er klart, men der er flere veje til løsningen. En opgave kan yderligere være åben i forhold til facit, hvor der findes flere gyldige løsninger, som fx når eleverne undersøger forskellige typer trekanter med samme omkreds. Opgavens åbenhed afhænger ofte af oplægget til aktiviteten og den pædagogiske ramme, der gives fra underviserens side.

## Forskellige typer af undersøgende virksomhed

I projektet indgik der forskellige typer af undersøgende virksomhed- alle med hovedformålet om at eleverne skulle forstå eller lære noget relevant matematik. Man kan groft dele aktiviteterne op i aktiviteter med fokus på modellering og aktiviteter som havde overvejende fokus på problemløsning.

Modelleringskompetence handler om at kunne anvende matematik til at forstå og beskrive virkelige problemstillinger. Det indebærer at omsætte en situation fra den virkelige verden til en matematisk model, bearbejde modellen ved hjælp af matematiske metoder, og derefter fortolke resultaterne i forhold til den oprindelige situation. Det kræver også en kritisk vurdering af modellens anvendelighed og begrænsninger i forhold til virkeligheden.

Et eksempel kan være at modellere forholdet mellem vand og kølervæske for at finde det optimale blandingsforhold. Eleverne skal her ikke kun undersøge forskellige blandingsforhold gennem forsøg, men også skabe en model, der beskriver blandingsforholdet og dets frostbeskyttelsesevne. Gennem disse processer lærer eleverne at bruge matematik til at repræsentere og analysere virkelige problemstillinger. Matematisk modellering beskrives som den mest centrale matematiske kompetence i EUD. I vejledningen til matematik på EUD (2) skrives det således: " I erhvervsuddannelserne spiller kompetencerne forskellige roller og har forskellig vægtning på de fire niveauer. På niveau F og E er matematisk modellering den centrale kompetence – evnen til at kunne bruge matematikken som model til at løse opgaver fra erhvervene, samfundet og privatlivet. De øvrige kompetencer er også målsatte, men ofte som bidrag til matematisk modellering. For at kunne anvende matematikken som model, er det helt centralt at kunne tænke matematisk om praktiske udfordringer (tankegang) og at kunne håndtere de tal, formler og symboler, som bruges i matematikkens beskrivelse af forhold i erhvervene og i hverdagen (symbol og formalisme). Det er ligeledes nødvendigt at kunne kommunikere om sine

løsninger (kommunikation) og at bruge de hjælpemidler, som er passende i situationen (hjælpemiddel)."

Problemløsningskompetence handler om evnen til at håndtere matematiske udfordringer, hvor løsningen ikke er umiddelbart indlysende. Her fokuseres på at finde nye metoder og tilgange til at løse matematiske problemer. Det kan være både rene matematiske problemer eller opgaver, der er anvendelsesorienterede.

Eleverne kan undersøge matematiske begreber ved at eksperimentere med dem, fx at undersøge forholdet mellem omkreds og areal i forskellige geometriske figurer. Her kan eleverne fokusere på at forstå de underliggende matematiske begreber gennem eksperimenter og visualisering, hvilket understøtter problemløsningskompetencen. Det kan også være i form af grublere af problemløsende karakter, hvor de fx skal finde antallet af kombinationer på en sikkerkode med 4 indstillinger med tallene fra 0-9.

Forskellen ligger i, hvad eleverne har fokus på. Modelleringskompetence drejer sig om at bruge matematik til at beskrive og analysere en ekstern virkelighed, mens problemløsningskompetence handler om at løse matematiske problemer, eleverne ikke umiddelbart har matematiske værktøjer til at løse.

## Anvendelse i erhvervsuddannelser

En central opgave i The Curve har været er at transformere det undersøgende ind i en relevant erhvervsfaglig sammenhæng i form af enten problemløsende eller modellerende aktiviteter.

Et eksempel var en opgave hvor eleverne skulle undersøge sammenhængen mellem antal rendejern og antal mellemrum mellem rendejernene og udregne afstanden mellem rendejernene, når de skulle sætte en tagrende op. Tidligere ville matematiklærer F have gennemgået opgaven teoretisk på tavlen. Nu "gjorde" han matematikken sammen med eleverne, og denne praktiske tilgang gjorde en stor forskel for eleverne. Forskellen ligger i høj grad i graden af åbenhed i matematiklærer F's oplæg. I stedet for blot at lytte, arbejdede eleverne aktivt med at eksperimentere. Hverken fremgangsmåde eller svar var fastlagt og eleverne skulle selv strukturere arbejdet og finde løsninger. Via det eksperimenterende arbejde fik eleverne en bedre forståelse af sammenhængene, såsom hvorfor der altid er ét mellemrum færre end antal rendejern. Denne praktiske tilgang har givet dem en dybere forståelse af både matematikken og dens relevans i deres fag, siger matematiklærer F. Opgavens åbenhed i forhold til processen, hvor der er flere veje til løsningen og flere gyldige løsninger betyder, at eleverne får en mere konkret forståelse af matematikken, samtidig med at undervisningen bliver fælles, når eleverne deler deres strategier med hinanden. Denne fælles erfaringsudveksling betyder, at læringen sker hurtigere og mere effektivt, siger matematiklærer F. Denne forståelse kan eleverne

overføre til andre opgaver. For eksempel, når eleverne senere skal arbejde med gulvvarmeslanger, har de nemmere ved at løse opgaverne, fordi de kan huske principperne om inddelinger fra tagrende-opgaven. En anden af matematiklærerne i projektet, bemærkede, hvordan eleverne blev mere engagerede, når matematikken blev flyttet fra papir og tavle til en mere eksperimenterende undervisning. Visualisering af matematiske begreber, som fx beregning af rumfang, gjorde det lettere for eleverne at forstå og se relevansen af matematikken i deres hverdag og fremtidige arbejde.

En gennemgående diskussion i denne sammenhæng har været om eleverne fx skal deltage i at udvikle formler til beregning af rumfang. Bør eleverne være med til at udvikle formlerne selv, for at opnå en dybere forståelse af, hvordan de virker, og hvorfor de ser ud, som de gør. Denne tilgang baserer sig på et konstruktivistisk læringssyn, hvor eleverne aktivt opbygger viden gennem udforskning og eksperimenteren. Når eleverne selv udleder en formel, kan det give dem en stærkere begrebsmæssig forståelse af matematikken bag formlerne og dens anvendelse i forhold til blot at følge en procedure. Omvendt hævder nogle af matematiklærerne på erhvervsskolen, at eleverne primært skal lære at anvende formlerne i en praktisk kontekst. Ifølge dette synspunkt er det vigtigere for eleverne at kunne løse konkrete opgaver og navigere i virkelighedsnære situationer, hvor forståelse af, hvordan formlen er blevet til, ikke anses for nødvendig viden. I stedet for at forstå de underliggende principper, handler det om at mestre teknikkerne til at opnå et hurtigt og korrekt resultat. Denne forskel i tilgange reflekterer en grundlæggende forskel i læringssyn: hvorvidt undervisning skal være instrumentel, anvendelsesorienteret og fokuseret på resultater, eller om den skal være begrebsorienteret og opbygge en dybere forståelse af de matematiske begreber og betone vigtigheden af, at eleverne "går vejen selv" for at opnå en varig forståelse af matematiske sammenhænge.

## Eksempler på tværs af erhvervsfag

Undersøgende problemstillinger på erhvervsskolen spænder over mange faglige områder og giver eleverne mulighed for at arbejde med praktiske problemstillinger af både modellerende og problemløsende karakter. Opgaver af modellerende karakter handler ofte om at løse virkelige problemer, som når eleverne arbejder med opsætning af plankeværk indenfor tømrerfaget, montering af rendejern eller ilægning af gulvslanger inden for VVS, samt beregning af materialeforbrug i malerfaget. Disse opgaver kræver både præcision, forståelse for matematiske begreber og teknisk viden. Problemløsende opgaver fokuserer derimod ofte på grundlæggende matematiske begreber som fx forholdsregning, rumfang eller omregning mellem enheder. Selvom det er vigtigt at være opmærksom på forskellen mellem modellerende og problemløsende opgaver, vil grænserne mellem de to former for aktivitet ofte være flydende i praksis.

I praksis kan en opgave starte som en ren problemløsningsopgave, men udvikle sig til at kræve modellerende kompetencer. For eksempel kan en opgave, hvor

eleverne skal beregne materialeforbrug, begynde med simpel forholdsregning, men hurtigt bevæge sig over i en modellerende proces, når de skal tage hensyn til variabler som uregelmæssige mål, spild eller ændringer i materialekrav. På samme måde kan en modellerende opgave, som i første omgang handler om at opstille en realistisk model for en konstruktion, føre til problemløsning, når eleverne støder på uforudsete udfordringer, der kræver specifik matematikfaglig viden for at løse. Dette understreger, at begge kompetencer spiller en vigtig rolle i elevernes læring og forberedelse til de praktiske udfordringer, de vil møde i deres fag.

## Afrunding

Eksperimenterende og undersøgende undervisning indebærer en større elevinvolvering og dermed øget mulig som egentænkning og reflektion der kan føre til en bedre forståelse af matematikken. Når elever arbejder med åbne problemstillinger, både modellerende og problemløsende, får de erfaring med at håndtere komplekse opgaver fra deres erhvervsområde. Denne tilgang gør matematik relevant og anvendelig i deres fag, hvilket både motiverer dem og styrker deres matematiske såvel som erhvervsfaglige kompetencer.

Ved at lade eleverne eksperimentere, undersøge og selv udvikle løsninger, bliver de bedre rustet til at tackle virkelige udfordringer, som kræver kritisk tænkning og kreativ problemløsning. I denne proces bliver de matematiske begreber ikke kun noget abstrakt, men en naturlig del af deres praktiske virkelighed. Den eksperimenterende tilgang i undervisningen sikrer, at eleverne lærer hurtigere og med større engagement, fordi de selv får mulighed for at opdage og udforske sammenhænge. På den måde får undervisningen en bæredygtig effekt, der kan følge eleverne ind i deres kommende arbejdsliv.

(1) https://static.uvm.dk/publikationer/2002/kom/hel.pdf
(2) https://www.uvm.dk/-/media/filer/uvm/udd/erhverv/pdf23/maj/230502vejledning-til-matematik.pdf

# Artefakter viser vej til matematikken

Konsulent Martin Aggerbeck

*"…Hvis man står ved tavlen og siger: Her har vi en terning, der er en meter på alle leder; hvor mange liter vand, kan der være i den?*

*Der er altid nogen, der siger, at der kan være én liter vand. Men hvis jeg har en kasse der er 1*1*1 m og stiller den på gulvet, så er der ikke én, der vil svare, at der kan være én liter vand i den, for de kan jo se, at der kan være meget mere. Så man får begrebsliggjort og synliggjort, hvad man arbejder med… for ellers så er det tal på papir eller på en computer."*

MATEMATIKLÆRER PÅ TECH COLLEGE

Mange af eleverne, der starter på erhvervsuddannelser, tænker matematik som et abstrakt fag, der foregår i hovedet og på papir. Men langt det meste, vi ser i virkeligheden, kan beskrives med matematik. Og langt det meste matematik er udviklet for at beskrive noget konkret i verden. Derfor har matematikundervisning et oplagt og uudnyttet potentiale til at blive mere fysisk og undersøgende, end det er i dag. I projektet The Curve har vi forsøgt at hive matematikken ud af bøgerne, så den i stedet tager udgangspunkt i fysiske artefakter. På den måde forsøger vi at bruge elevernes kropslige sansninger til at understøtte deres refleksive arbejde [2].

## Artefakter giver plads for intuition og styrker motivation

Som det indledende citat viser, så har eleverne en fin fornemmelse af fysiske størrelser, som de kender i forvejen. Men i det øjeblik, vi kun giver dem information som verbale eller skrevne ord og værdier, så mister de noget i oversættelsen mellem det abstrakte og det konkrete. Med de fysiske artefakter giver vi i stedet eleverne mulighed for at tænke med deres hænder og øjne. Vi hjælper dem til at få en intuitiv fornemmelse af matematikken. De får materialer i hånden, og det er dem, de samtaler med hinanden om. Frem for at læreren taler ved tavlen, sidder eleverne i grupper og kigger på og taler om klodser, terninger og figurer, og fokus trækkes mod de fysiske artefakter i stedet for den enkelte elev, og hvad denne siger i plenum. Nu taler vi i grupper om klodserne, kun indirekte om matematik.

Måske opdager eleverne undervejs, at de mangler ord for spidse og stumpe vinkler, eller på anden måde opstår der et ønske om bedre at kunne beskrive, det de har i hænderne. Med artefakterne kan eleverne samtidig bruge den rumlige fornemmelse og intuition. Kan det passe, at den figur, jeg sidder med i hånden, er 5 meter? Eller skulle det måske være 5 centimeter? Eller 0,5 meter? Lad os prøve at måle den. Med artefakterne kan vi altså skabe et mere naturligt behov for at bruge matematikken til at løse konkrete problemer.

## Vi ændrer matematikkens atmosfære

Mange af eleverne på erhvervsskolerne har dårlige erfaringer med matematik fra grundskolen. De forstod måske ikke helt, hvad der blev sagt, og hvad der foregik i bøger, på papir og tavler. Vi skal have brudt med de dårlige oplevelser og ændret matematiklokalets atmosfære.

Atmosfære kan beskrives som en stemning, dynamik eller kultur, der findes mellem personer og mellem personer og steder [3]. Det vil sige, at hvis vi som undervisere kan ændre lokalets brug og måden, vi 'gør matematik' på, kan vi måske også ændre elevernes opfattelse af atmosfæren og forhåbentlig deres opfattelse af faget matematik. Her kan artefakter gøre en forskel. Ved at vise, at matematik også foregår i virkeligheden, har vi mulighed for at bryde med de dårlige oplevelser. Samtidig hjælper vi læreren til at stille spørgsmål til artefakterne og processen frem for at fokusere på selve resultatet, som er mindre vigtig i forhold til læringen.

## Udfordringer ved brug af artefakter

Brugen af artefakter sætter nogle anderledes krav til underviseren og hvordan undervisningen tænkes. Det kan både være tidskrævende og økonomisk udfordrende at finde de rette artefakter, som eleverne heller ikke skal føle er for barnlige. Desuden skal opgaverne være udtænkt, så de ikke giver eleverne et skævt og/eller ukorrekt billede af de faglige pointer.

Ved at indføre artefakter i undervisningen, kan det også føles tids(krævende) at få aktiviteten til at fungere, så eleverne forstår, hvad de reelt skal gøre. Til tider kan fysiske aktiviteter også gøre, at man fokuserer for meget på dem og glemmer matematikken.

Det er altså ikke nødvendigvis nemt at arbejde med artefakter i matematikundervisning, men samtidig skal man passe på, at man ikke overtænker det, og kun vil bruge meget flotte artefakter i specialdesignede opgaver. Prøv for eksempel at gøre ligesom Rasmus fra citatet i starten: Tag en skraldespand i klasselokalet og spørg, hvor mange liter vand, der kan være i den? Så er eleverne i gang efter 10 sekunder og må selv finde frem til den nødvendige viden; med behørig støtte fra læreren naturligvis.

## Kilder og yderligere læsning

[1] Citat fra podcast, The Curve - Matematikfaglige fællesskaber, thecurve.nu, 2024

[2] Dewey, J. 1916, Democracy and Education, Macmillan

[3] Sattrup, L., & Knudsen, L. E. D. Stedsans: Elevdeltagelse i eksterne læringsmiljøer, Unge Pædagoger, 2(2024), 67-76

# Dialogisk undervisning

Lektor Ole Freil

*Det der med samtale, det kan noget.*

MATEMATIKLÆRER PÅ TECH COLLEGE

En af målene med projekt The Curve er "at udvikle en dialogisk undervisning, der øger elevernes forståelsesniveau." Det følgende er en artikel, som omhandler nogle af de valg, vi gjorde i projektet og nogle reflektioner knyttet til.

## Erfaringer fra undervisningen

Matematiklærer A bemærkede mod slutningen af projektet: "Det der med samtale, det kan noget." Bag udsagnet lå en iagttagelse af at eleverne i højere grad deltog i undervisningen og gennem dialogen fik de mulighed for at udforske og afprøve deres forståelse af matematiske begreber. Iagttagelser som kunne tyde på en øget forståelse af de matematiske begreber. Hans undervisning var i projektforløbet blevet mere undersøgende og eleverne var mere aktive, som fx da eleverne skulle undersøge sammenhængen mellem længden på en gåtur og antallet af skridt. Eleverne målte forskellige ruter op og beregnede, hvor mange skridt de brugte på turen. Gennem denne undersøgelse fik eleverne mulighed for at diskutere problemstillingen, udveksle idéer og udvikle strategier til at angribe problemet. Denne proces hjalp dem med at reflektere over deres egne tanker og identificere eventuelle misforståelser, hvilket styrkede deres matematiske forståelse.

Senere i forløbet arbejdede eleverne med at finde temperaturen i en gryde med vand ved hjælp af modstandsmålinger fra el-følere. Når temperaturen i gryden ændrede sig, ændrede modstanden i det elektriske kredsløb sig også. Eleverne opdagede, at større modstandsværdier svarede til højere temperaturer. De arbejdede to og to om at udarbejde en tabel, der omregnede ohm til grader. «Fru Jensen kan ikke aflæse temperaturen i ohm," sagde matematiklærer A, "så I skal hjælpe hende med at finde ud af, hvad ohm-værdien svarer til i grader." Eleverne arbejdede i grupper og flere grupper diskuterede, hvordan de kunne organisere deres data. "Lad os starte med at lave en tabel over modstand og temperatur," foreslog én elev i en gruppe, mens en anden tilføjede: "Så kan vi tegne grafer for at se mønstrene mere tydeligt", sagde en anden. Herefter udarbejdede de forskrifter i GeoGebra og Excel, som gav dem en praktisk indsigt i forholdet mellem modstand og temperatur. Eleverne har udtalt efterfølgende, at det var rart at have en samtalepartner frem for man bare sad hver for sig og regnede. Det var væsentligt, at de selv valgte den de arbejdede sammen med, da der var meget forskel i, hvordan de arbejdede med de opgaver der blev stillet.

Der indgik forsøg med at arbejde i grupper ved whiteboards i den såkaldte lodretlæring (se Peter Liljedahl, "Det tænkende klasserum"). Lærerne oplevede, at der opstod flere spontane samtaler, at eleverne var mere engagerede og i højere grad var villige til at dele deres tanker og løsninger med læreren og hinanden, når de arbejdede på denne måde.

## Hvorfor dialogisk undervisning?

Ifølge forskning i matematikundervisning spiller samtale en afgørende rolle for elevernes forståelse, samarbejde og engagement. Mange fagdidaktiske forskere peger på samtalen som limen i forståelsen og fx de amerikanske forskere Cobb og Yackel fremhæver vigtigheden af samtale som en central del af elevernes læreproces i matematik. De argumenterer for, at elever aktivt bør deltage i diskussioner, hvor de kan udtrykke deres tanker, overvejelser og strategier. Gennem dialog får eleverne mulighed for at reflektere over deres egen forståelse og blive præsenteret for nye perspektiver, hvilket udvider deres matematiske tænkning. Et centralt element i Cobbs teori er begrebet "sociomatematiske normer", som beskriver de forventninger, der udvikles i et læringsmiljø omkring, hvad der anses for at være lødig matematik, og hvordan man taler om matematik. En vigtig norm kan være, at en god matematisk forklaring ikke blot handler om at finde det korrekte resultat, men også om at kunne forklare de underliggende begreber og sammenhænge. Dette skaber et læringsmiljø, hvor forståelse og begrundelse værdsættes højere end blot at nå frem til facit. Læreren spiller en central rolle i at etablere og opretholde disse normer gennem strukturerede samtaler, som kan fremme elevernes matematiske argumentationsevner.

## Afrunding

Lærere, der deltog i evalueringen af The Curve, understøttede Cobbs og Yackels perspektiv ved at fremhæve de mange positive sider ved dialogisk undervisning. De bemærkede at samtale og samarbejde i undervisningen styrkede både forståelsen af matematiske begreber og relationerne mellem elever og lærere. Samtidig blev undervisningen mere tryg for eleverne, da de følte sig mere sikre på deres egne evner, når de arbejdede sammen. Dog var der også udfordringer: Nogle elever havde vanskeligheder ved at deltage i dialoger, særligt hvis de manglede et solidt matematisk sprog. Elever med anden etnisk baggrund kunne være tilbageholdende med at deltage, da de ofte forbandt dialog med risiko for at begå fejl og blive rettet.

Den eksperimenterende tilgang fx at omregne modstand til temperatur eller at undersøge skridtforhold på en gåtur, øgede de dialogiske læringsprocesser og bidrog også til et øget engagement. Dialogen hjalp dem ikke kun med at finde løsninger, men også med at reflektere over deres egen tænkning og dermed opbygge en dybere forståelse.

# Matematikfaglige fællesskaber EUD

Lektor Ole Freil

Et af målene med The Curve er at videreudvikle et fællesskab for matematiklærere på de tekniske erhvervsuddannelser. Et matematiklærerfællesskab som i dette projekt har fokus på at forbedre matematikundervisningen mod et mere konkret, eksperimenterende og anvendelsesorienteret indhold, der kan øge dybden af elevernes forståelse af centrale matematiske begreber.

Vi ved fra en række forskningsresultater knyttet til folkeskolen bl.a. fra en stor amerikansk undersøgelse (MIST-projektet[1]), at det øger effekten af en forandringsproces, hvis der kan etableres et fagligt fællesskab til at understøtte det. Et af de centrale budskaber fra MIST-projektet er, at man kan støtte lærernes professionelle udvikling ved at tilbyde en struktur på skolen, hvor lærerne får kontinuerlig støtte og feedback til deres undervisningspraksis gennem faglige fællesskaber. Der indgik også i MIST projektet en graduering af, hvor effektfulde de faglige fælleskaber var til at udvikle en forbedret matematikundervisning. De mest effektfulde var de fagteam, som arbejdede med både et "hvordan" med tips og tricks til undervisningen og et "hvorfor" hvor lærerne udfordrede sig selv ved at drøfte og begrunde mulige svar på undervisningsmæssige og metodiske spørgsmål.

I grundskolesammenhæng er der ved den seneste undersøgelse blandt 360 matematikvejledere tilkendegivet, at 95% af skolerne har et fagteam, hvor det i de fleste tilfælde er deltagelse fra alle matematiklærere. Det typiske er møder fire gange om året. Det er således meget almindeligt, at man som matematiklærer i grundskolen indgår i et fagligt fællesskab i forskellige grader af samarbejde.

## Etablering af faglige fællesskaber på erhvervsskoler?

Forsknings- og erfaringsviden fra forskning knyttet til grundskolen kan formodentlig ikke uden videre overføres til erhvervsskoleforhold. I The Curve-projektet har da også vist, at der ofte var strukturelle udfordringer på en erhvervsskole, der gjorde det komplekst at mødes for at samarbejde om at planlægge undervisning. Lærerne oplevede løbende og i nogle tilfælde daglige ændringer i, hvem de skulle undervise, og ændringer i deres ansvarsområder på ugentlig basis. Generelt var de hyppige justeringer i arbejdsopgaver meget ulig folkeskolen og synes at vanskeliggøre etableringen af en stabil samarbejdsstruktur og et effektivt samarbejde.

Det faglige fællesskab på Roskilde Tekniske Skole (RTS) har fokuseret på samarbejdet mellem værkstedslærer og matematiklærer til forskel fra Aalborg Tech Colleg som har fokuseret på et faglig føllesskab mellem grundfagslærerne i matematik. Vedrørerende RTS se artiklen "Et samarbejde mellem værkstedsfagene og matematik". I det følgende diskuteres samarbejdet på Aalborg Tech College.

## Et samarbejde mellem matematiklærere på tværs af erhvervsfag

The Curve-projektet har vist, at trods de ovenfor beskrevne udfordringer, kan faglige fællesskaber give mening at etablere. Det har været et gennemgående synspunkt hos de deltagende matematiklærere som rummer både VVS, el, teknisk tegner, landbrug, grafisk afdeling, murere, automekanikere, at man tiltrods for forskellige erhvervsfaglige forskelle oplevede, at der var mange fælles udfordringer, som med fordel kunne deles og diskuteres.

Et eksempel er elevernes motivation. Det er et område, hvor lærerne ofte oplever de samme typer problemer på tværs af fag og klasser. Ikke mindst grundet den større diversitet i gruppen af elever (se artiklen "Matematik på EUD - et anderledes fag med egne strukturelle forudsætninger")

En af eleverne fra teknisk design og industriteknik udtalte: "
.... ja, men jeg tænker også dem der er ældre og har familie de har en større motivation for at sige, nu er jeg klar til matematikken, det var jeg måske ikke for 10 eller 20 år siden, de har lidt mere sådan vedholdenhed i forhold til at kunne forstå det. Hvorimod dem der kommer på GF1(red. grundforløb 1) de er sådan mere, så er det heller ikke mere interessant, så giver de minimum af indsats, hvor de ældre vil gerne kunne rumme lidt mere.""

Et andet eksempel er mange elevers vanskeligheder i matematik. Ifølge fagkonsulenten BUVM, kommer 80% af eleverne på en erhvervsskole fra de 40% svagest præsterende elever i folkeskolen, hvilket betyder, at lærerne ofte underviser på tværs af meget forskellige faglige niveauer i samme klasse.

Et tredje eksempel er den store forskel i elevernes faglige viden og kunnen i matematik, da de kommer fra forskellige erhvervsretninger og uddannelsesretninger. Denne mangfoldighed betyder, at undervisningen skal være relevant for elever med vidt forskellige faglige baggrunde og fremtidige professioner. At finde fælles pædagogiske tilgange, der imødekommer alles behov, kan være udfordrende, hvor et samarbejde mellem lærerne til at finde løsninger kan være frugtbart.

Et fjerde eksempel er, at der tilføjes et yderligere lag af kompleksitet, når både meritberettigede og ikke-meritberettigede elever undervises sammen. Lærerne skal balancere undervisningen, så de ikke gentager kendt stof for nogle elever,

mens de samtidig sikrer, at andre får den nødvendige støtte. Denne forskelligartede elevsammensætning kan gøre det vanskeligt at tilrettelægge en undervisning, der tilgodeser alle.

Et femte eksempel er aldersspredningen blandt eleverne. På erhvervsskoler kan elevernes alder variere betydeligt, hvilket medfører forskellige modenhedsniveauer og livserfaringer. Dette kræver, at lærerne tilrettelægger undervisningen på en måde, der er meningsfuld for alle aldersgrupper, hvilket kan være en udfordring at opnå i et fælles undervisningsmiljø.

En konklusion fra projektet er derfor, at der et potentiale i at opbygge faglige fællesskaber blandt matematiklærere på erhvervsskoler for bedre at kunne håndtere de mange fælles udfordringer, lærerne møder i deres daglige arbejde.

## Ledelsens rolle i etableringen af faglige fællesskaber

Erfaringerne fra projekter som MIST-projektet og fra The Curve viser, at ledelsen spiller en afgørende rolle i etableringen og vedligeholdelsen af faglige fællesskaber. For at lærerne kan engagere sig i professionel udvikling og samarbejde, er det nødvendigt, at ledelsen skaber de strukturelle rammer, hvor tid og ressourcer til faglige møder og vidensdeling bliver prioriteret. Uden ledelsens aktive støtte kan det være svært at skabe den kontinuitet og dybde i samarbejdet, der er nødvendig for at opnå reelle forbedringer i undervisningen. Ledelsen skal sikre, at lærerne har tid til at deltage i faglige fællesskaber, uden at det opfattes som en ekstra byrde i en i forvejen travl hverdag. Det kræver planlægning og allokering af ressourcer, så lærerne kan mødes regelmæssigt og reflektere over deres undervisningspraksis. Samtidig er det vigtigt, at ledelsen anerkender de udfordringer af både personlig og didaktisk karakter, der kan opstå, når lærerne forsøger at ændre grundlæggende aspekter af deres undervisning. At skabe en kultur, hvor det er tilladt at eksperimentere og lære af fejl, kræver ledelsens opbakning og opmuntring.

Derudover har ledelsen en vigtig opgave i at sikre, at de strategier og tiltag, der udvikles i fællesskabet, bliver integreret i skolens overordnede pædagogiske retning. Ved at bakke op om de mål og metoder, der opstår gennem samarbejdet, kan ledelsen fremme en sammenhængende vision for skolens undervisning.

## Afrunding

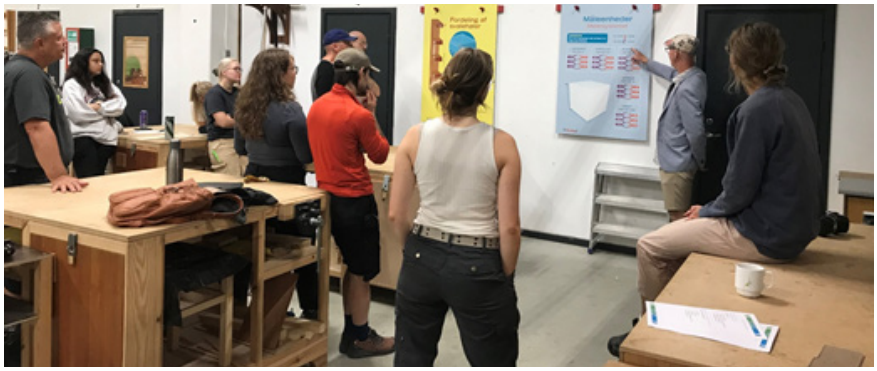
Sammenfattende er faglige fællesskaber et vigtigt redskab til at møde de mange udfordringer på erhvervsuddannelserne. Ved at samarbejde kan lærerne opnå en større forståelse af elevernes behov og finde løsninger, der ikke blot forbedrer undervisningens kvalitet, men også elevernes mulighed for at opnå en dybere og mere anvendelsesorienteret forståelse af de centrale faglige begreber.

## Kilder og yderligere læsning

[1] https://peabody.vanderbilt.edu/academics/departments/teaching-learning/mist/

# Et samarbejde mellem værkstedsfagene og matematik

Lektor Karl-Otto Markussen



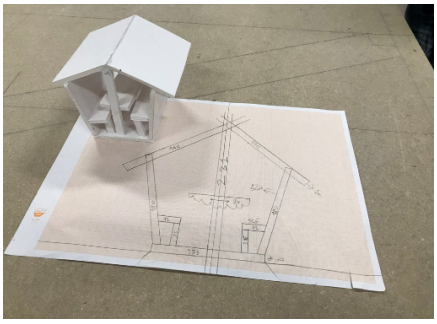
Projektet The Curve har fokus på matematikundervisningen på EUD. På EUD-uddannelserne er matematik i højere grad end i folkeskolen og gymnasiet et redskabsfag som understøtter fagligheden i den uddannelse den enkelte elev er ved at tage. Samspillet mellem værkstedsfag og matematik har i særlig grad været et omdrejningspunkt for den del af projektet, som er forankret på Roskilde Tekniske Skole. Her har de deltagende lærere været en blanding af matematiklærere og værkstedsfagslærere. Fokus i projektet på RTS har været på samarbejdet mellem værkstedsfagene og matematik.

Vores ønske var, at matematiklæreren skulle med i værkstedet og værkstedslæreren skulle med i matematiklokalet for herigennem at skabe et samarbejde mellem værkstedsfaget og matematik.

Det skete ved at matematiklærerne og værkstedslærerne sammen skulle udvikle artefakter og konkrete materialer, som de så skulle lave en fælles afprøvning af i undervisningen.

Her fremhæves to forløb, hvor det i særlig grad lykkedes for matematikken og værkstedsfaget at finde et fælles mødested. For snedkerteamet et forløb om placeringen af svalehaler [1] og for tømrerteamet et forløb om 1-på-2-beklædning [2].

Det var nyt for lærerne i de to team at arbejde så tæt sammen, men processen bidrog til at lærerne lærte hinden bedre at kende som kolleger, men særligt også, at de skærpet det fagsprog og blev klar over, at de hver måtte tilegne sig noget af den andens fagsprog for at de kunne kommunikere klart til eleverne.



Herved blev der også oparbejdet en gensidig respekt for hinandens fagligheder - en respekt der måske ikke i så høj grad havde været fremtrædende tidligere.

Set i forhold til undervisningen har ovenstående nogle positive effekter for eleverne. For det første så oplever eleverne undervisningen som mere sammenhængende og meningsfuld. En elev udtaler, "jeg lærer matematik, når det er relevant", en anden "Jeg kunne ikke rigtig noget i folkeskolen – matematikken var abstrakt og ikke relateret til noget, der kunne bruges til noget" og en tredje "Fedt at der var 2 lærere der kunne noget forskelligt".

Lærerne oplever også, at samarbejdet er til gavn for eleverne. To lærere siger "Det har været godt at gøre matematikken synlig i værkstedet", "… Ja og at gøre matematikken fysisk – at 'gøre' matematik – det er godt for mange 'gø-re-børn'" og fortsætter "Vi når meget længere med eleverne, hvis vi får værk-stedet ind over. Eleverne vil hellere arbejde med matematikken i værkstedet."

Et samarbejde mellem en faglærer og en matematiklærer kommer ikke af sig selv. Det er svært at føre ud i livet at koble matematiklokale og værksted – det kræver meget koordinering og planlægning logistik – det skal skemalægges. Her er erfaringen at det kræver, at man er ude i god tid. En tidlig fastlåsning til faste datoer kan så til gengæld gøre det svært at koordinere indholdet, da lærerne ofte bliver nødt til at justere i deres planer, fx pga at de krævede ma-skiner, bliver brugt i et andet forløb og derfor ikke er ledige.

## Kilder

(1) Aktivitetsbeskrivelse om svalehaler: https://thecurve.nu/aktiviteter/#13
(2) Video om aktiviteten øverst på siden: https://thecurve.nu, samt aktivitets-beskrivelse om 1-på-2-beklædning: https://thecurve.nu/aktiviteter/#11

# Forslag til fagteammøder

Lektor Bent Lindhardt

I projektet the Curve har etablering af et fagligt fællesskab været en central del af projektet. I artiklen "Matematikfaglige fællesskaber EUD" er dette uddybet. I den omtalte artikel argumenteres der for en række problemstillinger som har generel interesse for alle matematiklærere i alle erhvervsfaglige retninger og hvor man vil kunne profitere af erfaringsudveksling. I denne artikel vil vi se på, hvordan et sådant møde på tværs af erhvervsfagene kan foregå. Eksemplerne bygger på erfaringer og diskussioner fra projektets heldagsmøder med lærerne på Aalborg Techcollege.

Almindeligvis oplevedes det mest realistisk med kortere eftermiddagsmøder á ca. 2 timer. Det skal dog viderebringes som erfaring fra projektet, at det bør overvejes om det er muligt at samle møderne på hele eller halve dage, idet energiniveau og motivation er betydeligt større end møde efter en arbejdsdag.

Der bør på institutionen udpeges en tovholder på de faglige møder. Vedkommende skal iscenesætte og lede mødet herunder have foretaget de praktiske aftaler, der gør det muligt at afholde mødet.  Der udsendes en dagsorden med indhold, som er aftalt mødet forinden. Der kan tages inspiration fra følgende ideer til indhold:

- Fælles undervisningsmæssige problemstillinger som fx hvordan organiserer vi undervisningen så den kan rumme den store forskellighed i alder, erhverv, eksamenskrav mm?, hvordan øger vi samarbejdet mellem eleverne?, hvordan øger vi samarbejdet med faglærerne?, kan vi bruge uderummet og værkstedet bedre?  osv.
- Faglige temaer som fx brug af målenheder, trigonometri, areal og rumfang, ligninger osv. Hvilke fejl og misopfattelser har eleverne? Hvad er det vigtigt eleverne kan - og har forstået? Er der gode konkrete materialer som hjælper til bedre forståelse? Kan vi eksemplificere nogle faglige pointer ud fra erhvervsfaglige situationer?
- Dokumentationsopgaver og projektopgaver. Hvordan håndterer man at der kan være krav om dokumentatíonsopgaver og projektopgave på samme hold. Hvad er en god dokumentationsopgave/projektopgave? Eksempler på problematiske dokumentationsopgaver. Hvordan ser oplægget ud til opgaverne? Hvor åbent skal det være?
- Særlige elevgrupper. Der kan være særlige elevgrupper som kræver særlig opmærksomhed, Det kan handle om demotivation, diagnoser, kulturelle og sproglige vanskeligheder, talblindhed, manglende deltagelse osv.

Hvordan håndterer man det? Hvad gør skolen og hvad skal man selv gøre? Hjælpemuligheder?

- Digitale hjælpemidler og værktøjer. Hvilke erfaringer har man med brug af værktøjsprogrammer som GeoGebra, Excel osv. Hvilke erfaringer har man læringsprogrammer som Praxis. Hvad kan vi bruge AI til?
- Test. Eksempler på egne test og andres test og eksempler på, hvad de viser. Er der særligt gode opgaver som afslører elevernes forståelse? Hvilke stofområder behersker eleverne ikke godt nok?
- Andet

Det er en god ide, hvis der er en vist fast struktur for mødet, som kunne se ud som følger:

- Bordet rundt. Nye deltagere får lejlighed til at præsentere sig, og man meddeler til fælleskabet, hvordan situationen er i de klasser, man har, om ting man har set eller oplevet til interesse for det faglige fælleskab og andet. Det er også et punkt, som giver mulighed for at viderebringe positive og negative oplevelser - ikke mindst for ofte at konstatere, at man ikke er alene.
- Mødets gode idé. På skift fra møde til møde medbringer man en god idé til undervisningen, som bliver eksemplificeret og meget gerne afprøvet i fællesskab - og med efterfølgende overvejelser om, hvordan ideen kan omsættes til de forskellige erhvervsretninger.
- Dagens tema/problemstilling, som skal iscenesættes og måske forberedes af dels tovholder, men også af deltagerne. (Se artikel “Matematikfaglige fællesskaber EUD”)
- Opsamling på dagen og forslag til det næste møde.